

# Nascita della Fisica Quantistica

- Spettro del Corpo Nero
- Effetto fotoelettrico
- Spettro dell'atomo di idrogeno

# Spettro del Corpo Nero

Teorema di Kirchoff:

$$\frac{e_{\nu}(\nu, T)}{a_{\nu}(\nu, T)} = \text{costante.}$$

Corpo Nero

# Leggi sperimentali Corpo Nero

- Legge di Stefan Boltzmann:

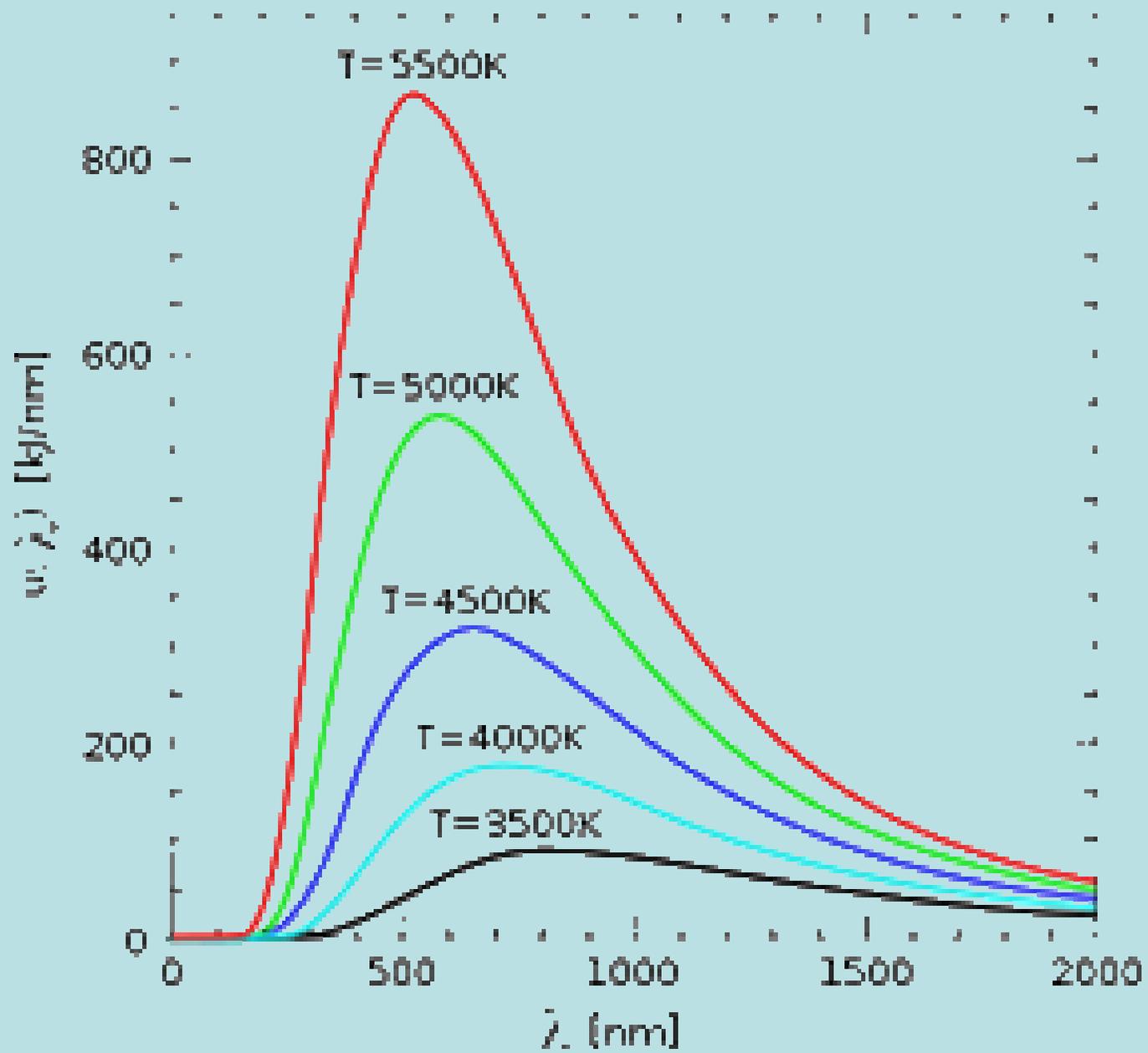
Intensità totale emessa dal corpo nero:

$$W = \sigma T^4, \sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

- Legge dello spostamento di Wien:

$$\lambda_{\text{MAX}} T = 2.89 \times 10^{-3} \text{ m K}$$

$$\lambda_{\text{MAX}} = 0.502 \mu \text{ per } T = 5778 \text{ K}$$



# Esempio di Spettro di Corpo Nero

Cosmic Microwave Background Radiation

(Arno Penzias and Robert Wilson, 1964):

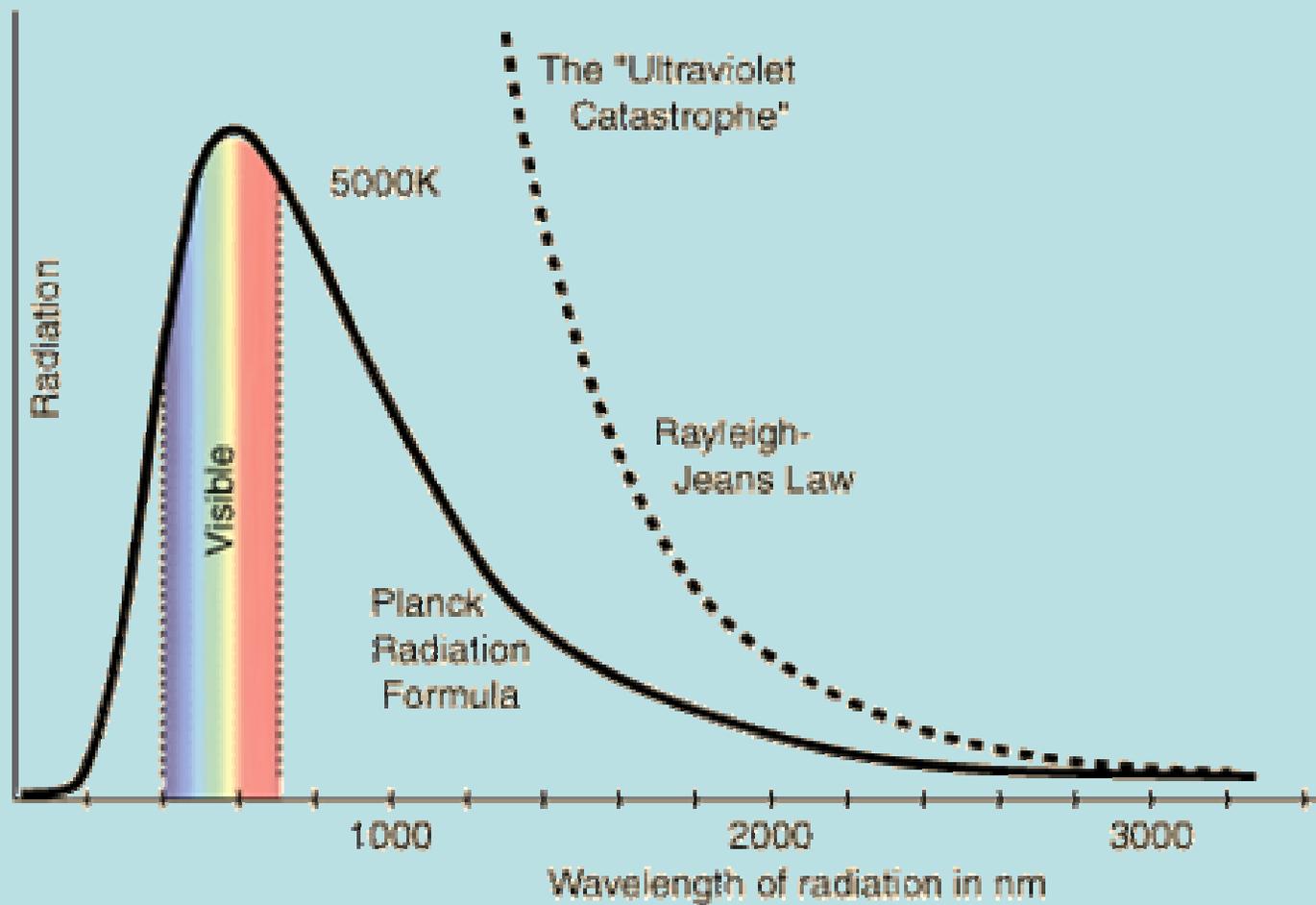
$$T = 2.725 \text{ K}, \lambda_0 = 1.9 \text{ mm}$$

(Circa 379000 anni dopo il Big Bang gli elettroni si combinarono con i nuclei formando gli atomi, soprattutto H, e la radiazione si separò dalla materia e si propagò nello spazio.

Legge di Rayleigh Jeans:

$$u_\nu(\nu, T) = 8 \pi \frac{\nu^2}{c^3} kT$$

$$e_\nu(\nu, T) = \frac{\nu^2}{c^2} kT$$



Planck (1900) :

$$u_\nu(\nu, T) = 8 \pi h \frac{\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}$$

Ipotesi di Planck:

$$\varepsilon = h \nu, \quad h = 6.6256 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

# Sviluppo in serie formula di Planck

- Per  $h\nu \ll kT$ :

$$u_\nu(\nu, T) = 8 \pi \frac{\nu^2}{c^3} kT$$

- Per  $kT \ll h\nu$ , legge di Wiener-Planck:

$$u_\nu(\nu, T) = 8 \pi h \frac{\nu^3}{c^3} \exp(-h\nu/kT)$$

# Modello di Planck e correzione

- Interazione di oscillatori lineari con il campo
- Relazione fra l'energia  $U_\nu$  di un oscillatore e la densità di energia  $u_\nu$  nella cavità nera:

$$u_\nu(\nu, T) = 8 \pi \frac{\nu^3}{c^3} U_\nu$$

# Modello di Planck e correzione

- Calcolo dell'energia media dell'oscillatore
- Legge di Wiener-Planck
- Confronto con i dati sperimentali di Lummer e Pringsheim: errori nell'intervallo  $12 - 18 \mu$
- Correzione

# Lummer e Pringsheim

- Temperature tra  $-188\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $1200\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; successivamente fino a  $1600\text{ }^{\circ}\text{C}$
- Lunghezze d'onda fino a  $8.3\text{ }\mu$

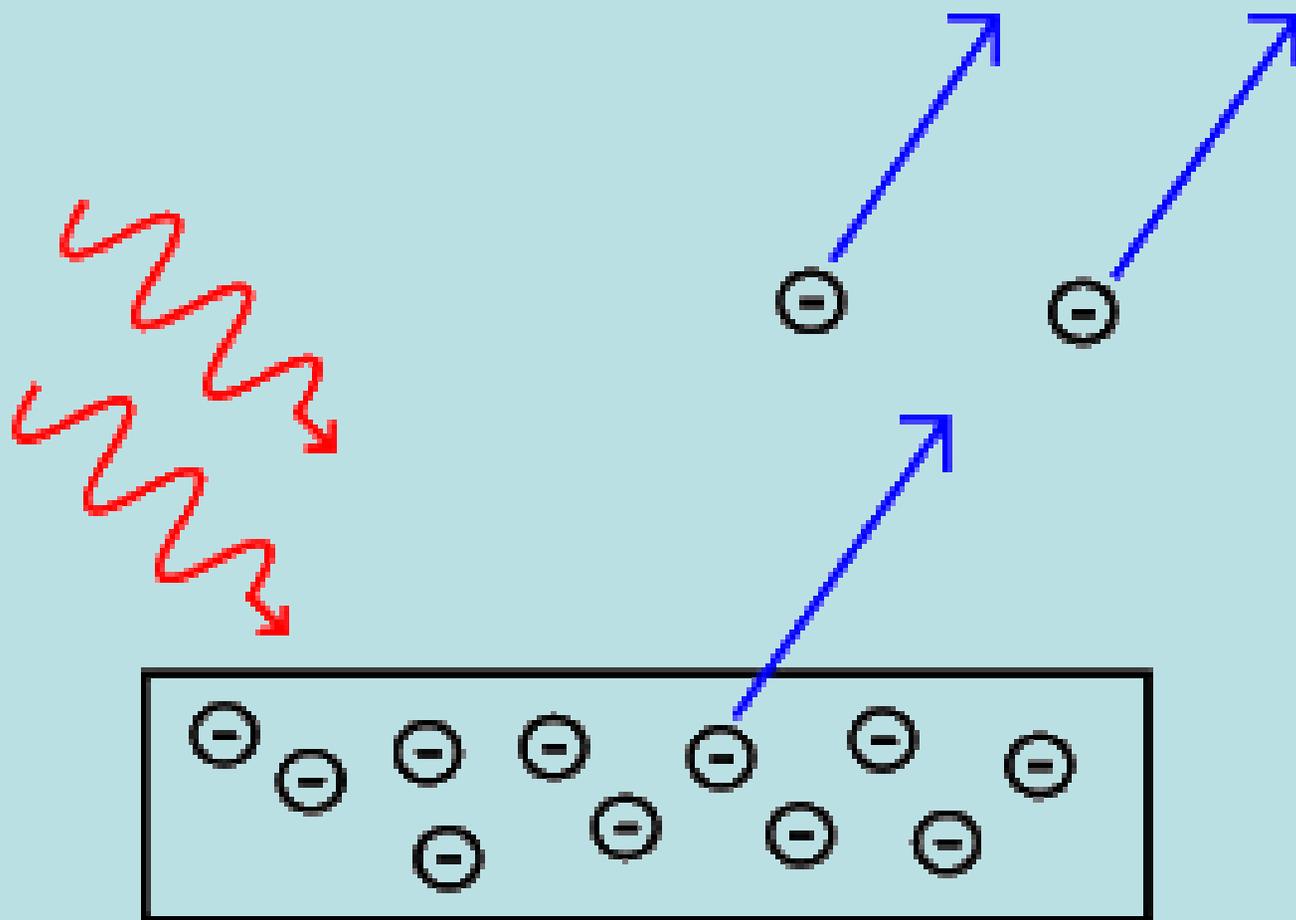
*Spettrobolometro di Lummer e Pringsheim:*  
nel **bolometro** la radiazione infrarossa determina, mediante un aumento di temperatura, un aumento di resistenza in un sottile filo di platino annerito.

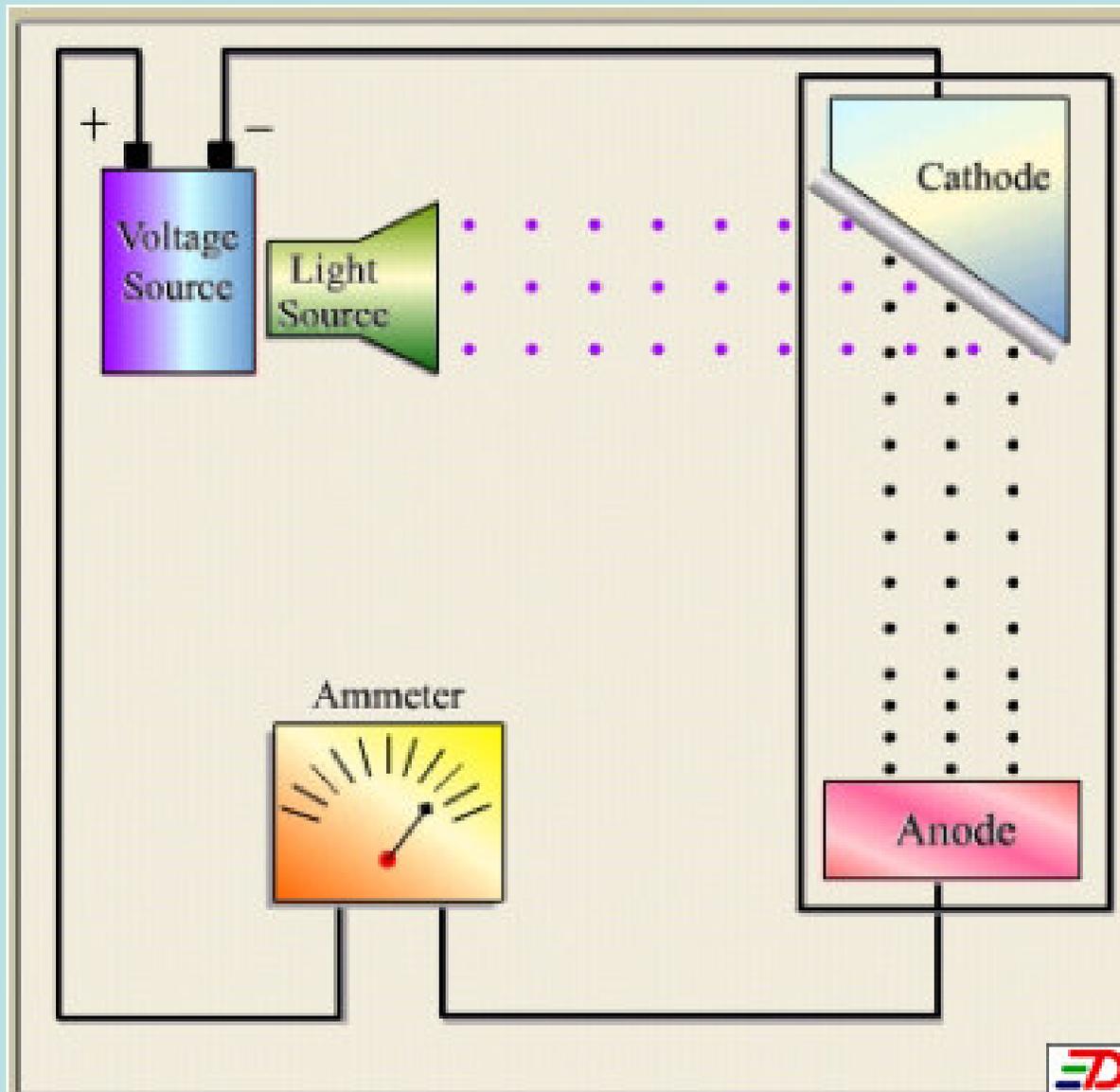
Negli esperimenti di Lummer e Pringsheim le alte temperature erano misurate mediante un termometro ad aria e il corpo nero, di forma sferica o cilindrica, era riscaldato elettricamente. La luce monocromatica era prodotta da una lampada a vapori di mercurio e nel 1902 fu costruito uno spettroscopio ad alta risoluzione.

# Derivazione della Legge di Planck dalla Statistica di Bose-Einstein

- $u\nu(\nu, T) =$  **prodotto di tre termini:**
- Numero di vibrazioni:  $8 \pi \nu^2 / c^3$
- Numero fotoni: 
$$\frac{1}{\exp(\varepsilon/kT) - 1}$$
- Energia fotone:  $\varepsilon = h \nu$

# Effetto fotoelettrico





# Leggi Effetto Fotoelettrico

- $\nu > \nu_0$
- Numero elettroni emessi proporzionale all'intensità  $I$  della radiazione
- $K_{\max} = h (\nu - \nu_0)$

Effetto osservato da Hertz nel 1887

Einstein (1905):  $b = h \nu_0$

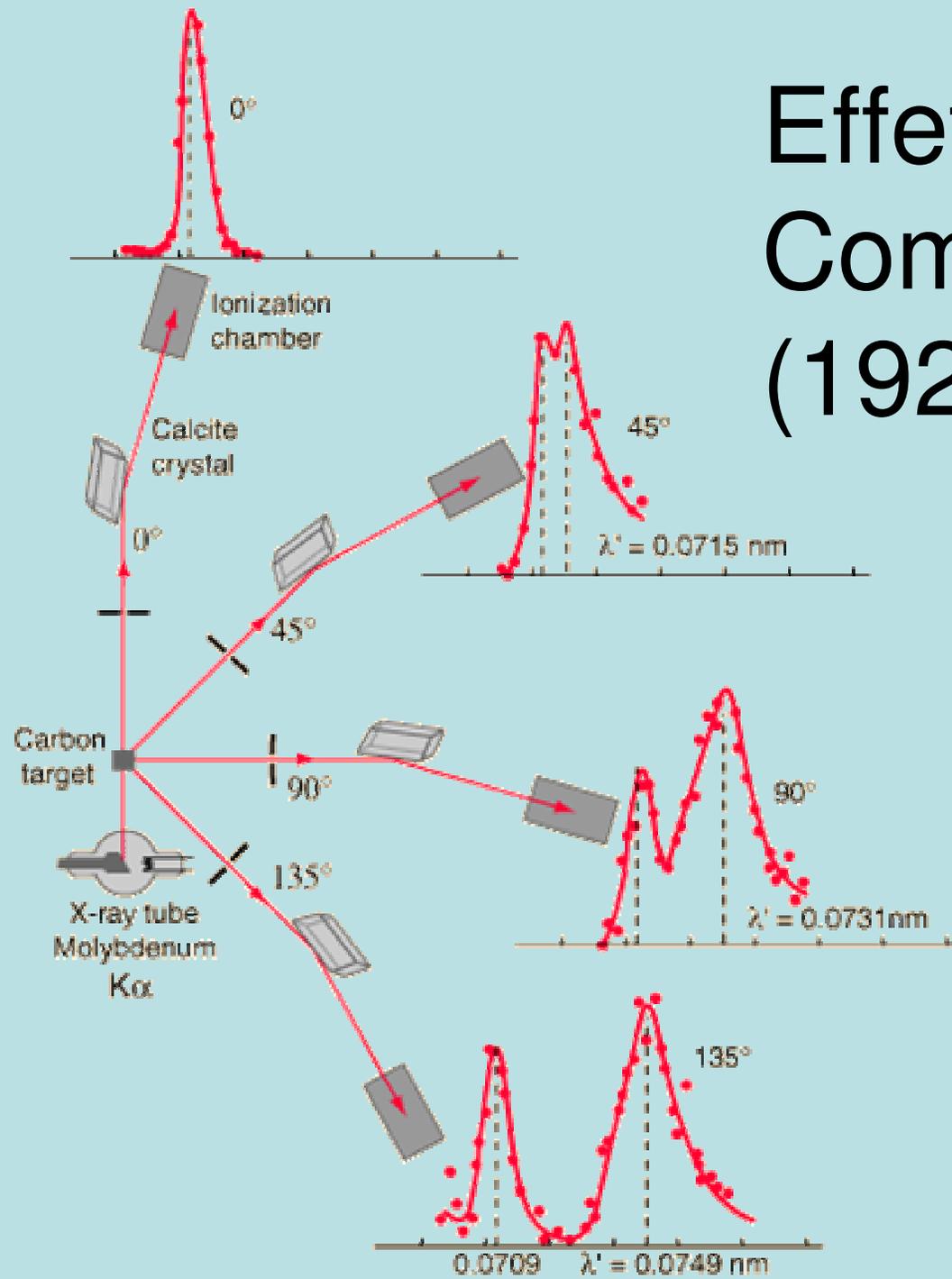
(Esempio:  $b = 4.46 \text{ eV}$ :

$\lambda_0 = 2.78 \times 10^{-7} \text{ m}$ )

# Misura di $h$ (Millikan, 1916 circa) in base all'effetto fotoelettrico

Valore numerico molto simile a quello  
calcolato in base alla formula del  
corpo nero.

# Effetto Compton (1924)



L'esperimento di Compton fu eseguito usando "Molybdenum K-alpha **X-Rays**" ( $_{42}\text{Mo}$ , metallo di transizione) che hanno lunghezza d'onda 0.0709 nm. Questi raggi urtavano un **bersaglio di carbonio** (basso peso atomico) e venivano deviati a diversi angoli. Per misurare la lunghezza d'onda si usava uno **Spettrometro di Bragg**, che consisteva di un dispositivo ruotante avente un cristallo di calcite. Misurando l'angolo di diffrazione sul cristallo di calcite si misurava accuratamente la lunghezza d'onda. I raggi diffratti dalla calcite venivano rivelati mediante una camera di ionizzazione.

# Formula Effetto Compton

$$\lambda' - \lambda = \lambda_0 (1 - \cos \theta),$$

dove  $\lambda_0 = h / (m_e c)$

Si dimostra facilmente partendo dalle due formule:

$$p = h\nu/c$$

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0 c^4$$

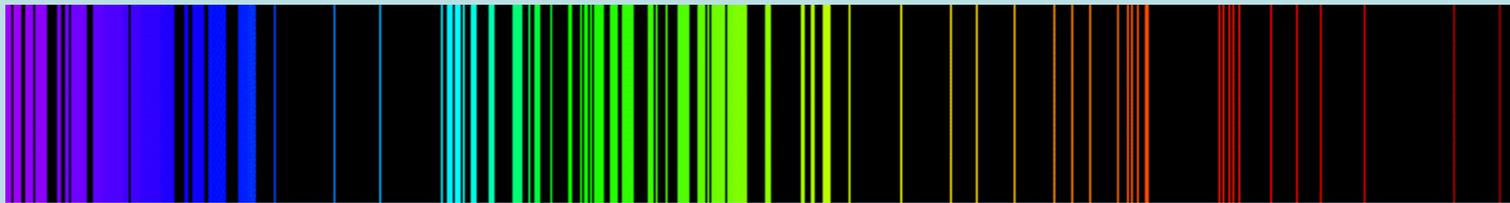
- Sviluppi della spettroscopia nell'Ottocento
- Fraunhofer:  
righe scure nello spettro solare (1815),  
riga gialla del sodio ( $\lambda = 5,893 \times 10^{-7} \text{ m}$ )
- Kirchhoff: principio di inversione dello spettro: ogni riga spettrale è tipica dell'elemento che la emette; ogni gas o vapore assorbe le stesse radiazioni che è in grado di emettere.
- Lockyer (1868): scoperta dell'Elio nella corona solare (sulla Terra: Ramsay, 1882).

## Tre tipi di spettri:

- spettro continuo (da solidi e liquidi riscaldati)
- spettro di righe (ritorno allo stato fondamentale di atomi eccitati)
- spettro di bande (molecolare e non atomico; gas o vapori): righe molto vicine.



Hg



Fe

1885: Balmer: formula per le frequenze dello spettro di emissione dell'Idrogeno.

Altre righe: Paschen, Breckett. Formula di Ritz:

$$\nu = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

1913: Atomo di Bohr.

(a) Esistono orbite stazionarie;

(b) Formula per il momento angolare:  $L = n \frac{h}{2\pi}$ .

(c) Formula per l'emissione di radiazione:  $\Delta E = h\nu$ .

Semplice calcolo: formula per i livelli energetici:

$$E_n = - \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}$$

Si ricava la formula di Ritz.

$$R = \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3} \text{ (valore numerico in accordo con gli esperimenti)}$$

# Raggi Orbite Atomo di Bohr

Raggi orbite:

$$n^2 \varepsilon_0 h^2 / (\pi e^2 m_e) = n^2 (5.292 \times 10^{-11} \text{m})$$

# Numero quantico azimutale (Sommerfeld)

$$L = l \frac{h}{2\pi} \quad (l = 0, \dots, n-1)$$

# Numero Quantico Magnetico

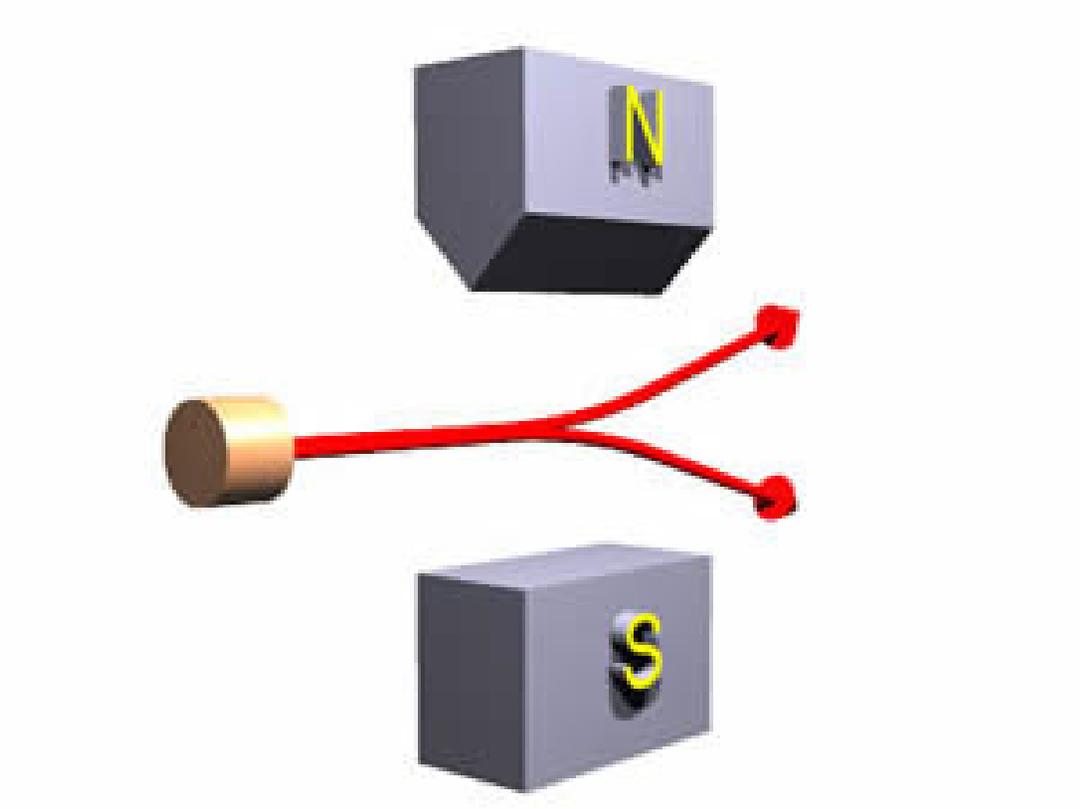
Effetto Zeeman: formazione di multipletti in presenza di un forte campo B

Numero quantico magnetico:

$$L_z = m h / 2\pi \quad (m = -l, \dots, +l)$$

# Spin (Uhlenbeck e Goudsmit, 1925)

**Esperimento di Stern e Gerlach (1922):**  
attraversando un campo magnetico non omogeneo, le particelle (elettroni) sono deviate in alto o in basso di una quantità precisa.



- Valori del numero quantico principale  $n$  e dello strato : 1 :K, 2 :L, 3 :M
- Valori del numero quantico azimutale  $l$  e lettera minuscola :
  - $l = 0$  :s ( $m = 0$ )
  - $l = 1$  :p ( $m = -1, 0, 1$ )
  - $l = 2$  :d
  - $l = 3$  :f

# Principio di Esclusione di Pauli

In un atomo non possono esistere due elettroni aventi lo stesso stato quantico.

Conseguenza: Un sottostrato di tipo  $s$  ha al massimo due elettroni (perché  $m = 0$ ); un sottostrato di tipo  $p$  ha al massimo sei elettroni (perché  $m = -1, 0, 1$ ); un sottostrato di tipo  $d$  ha al massimo dieci elettroni ( $m = -2, \dots, 2$ ).

# Primo Strato (K) (n=1)

- **1** H sottostrato:1s
- **2** He sottostrato 1s (concluso Strato K)

# Secondo Strato (L) (n=2)

- 3 Li sottostrato 2s (metallo alcalino)
- 4 Be 2s
- 5 B 2p
- 6 C 2p
- 7 N 2p
- 8 O 2p
- 9 F 2p
- 10 Ne 2p (gas nobile) (concluso strato L, ovvero secondo periodo della Tavola Periodica)

# Terzo Strato (M) (n=3)

- 11 Na sottostrato 3s (metallo alcalino)
- 12 Mg 3s
- 13 Al 3p
- 14 Si 3p
- 15 P 3p
- 16 S 3p
- 17 Cl 3p
- 18 A 3p (gas nobile) (concluso Strato M, ovvero terzo periodo della Tavola Periodica)

# Quarto Periodo

Il sottostrato 4s ha energia inferiore al sottostrato 3d, per cui il terzo periodo della Tavola Periodica ha 8 elementi come il secondo (invece di 18). Pertanto il Quarto periodo inizia con i due seguenti elementi, appartenenti allo Strato N ( $n=4$ )

- 19 K sottostrato 4s (metallo alcalino)
- 20 Ca 4s

Il quarto periodo è formato da 18 elementi e termina con

- 36 Kr (Kripton) sottostrato 4p (gas nobile)

# Principio di Corrispondenza di Bohr

All'aumentare del Numero Quantico le previsioni della Meccanica Quantistica vengono progressivamente a coincidere con le previsioni della Fisica Classica.

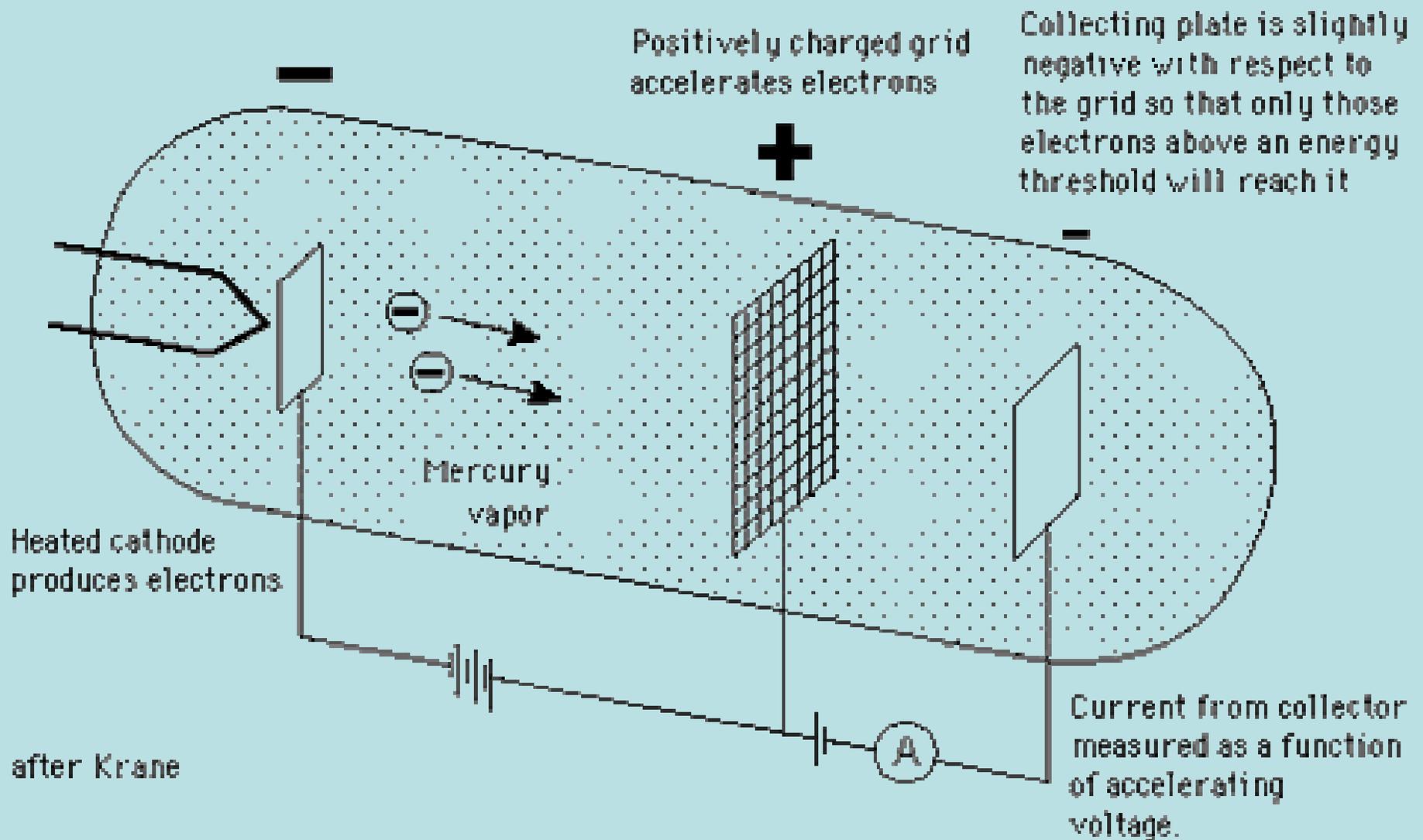
# Tavola periodica

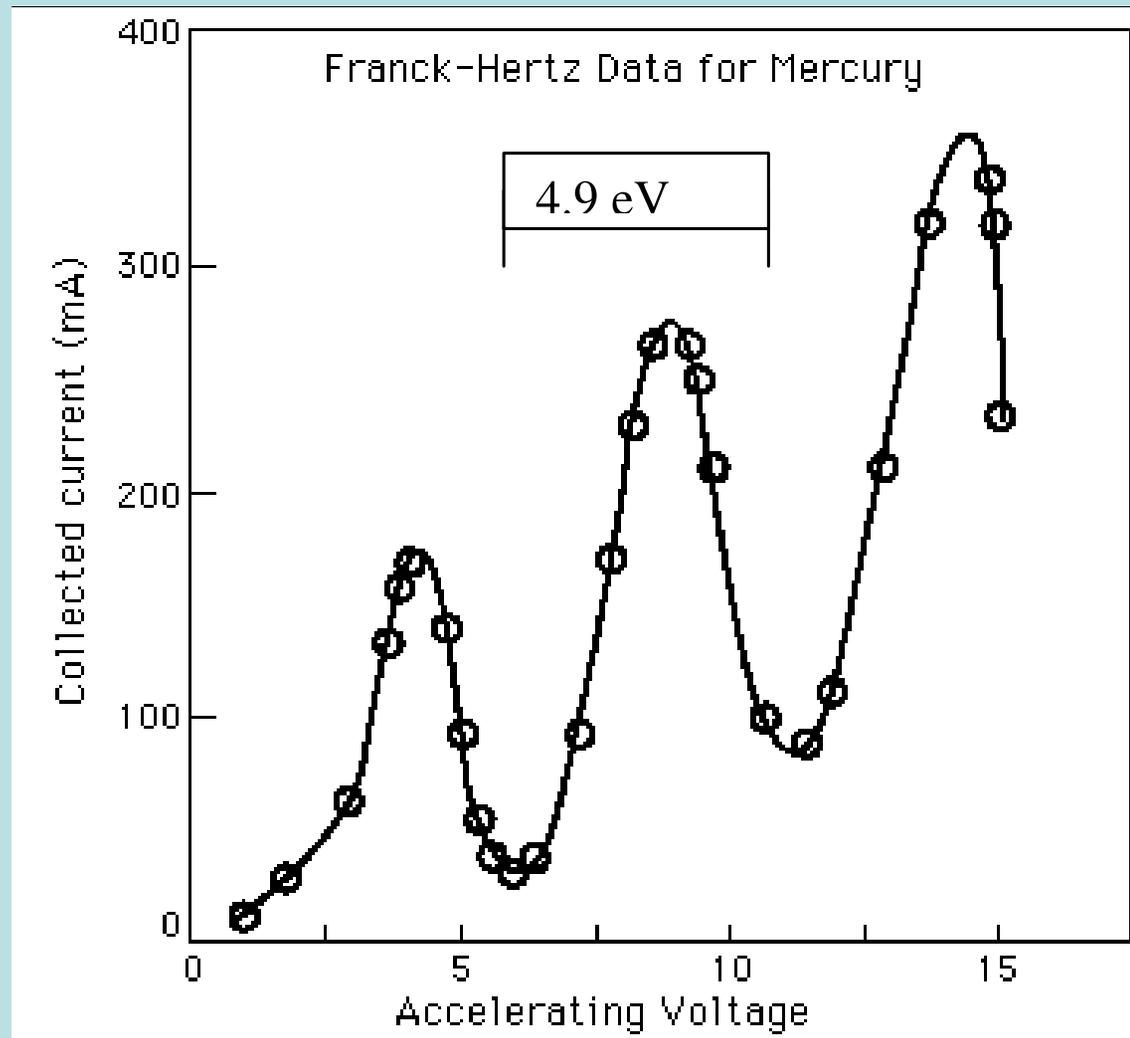
- Tavola di Mendeleev, 1872
- **Formula di Moseley** per la prima riga di emissione di vari atomi pesanti nelle frequenze dei raggi X:

$$\nu = (Z-1)^2 R (1 - \frac{1}{4}) \text{ (Introduzione di } Z)$$

(simile alla formula di Ritz per l'atomo di H)

1913: l'esperimento di  
**Franck e Hertz** dimostra  
l'esistenza dei livelli  
energetici.





Il grafico ha una serie di picchi la cui distanza rappresenta la differenza di energia fra l'ultimo stato occupato ed il primo libero degli atomi di mercurio, corrispondente a circa 4.9 eV.

# Meccanica Quantistica

- Negli anni 1913-1925 la teoria di Bohr (integrata da Sommerfeld) costituì il solo schema teorico disponibile
- Una teoria più rigorosa fu formulata negli anni 1925-1927 da: De Broglie, Heisenberg, Schrödinger, Dirac, Pauli, Born.

# Meccanica Quantistica

- Schrödinger (1925): **Meccanica Ondulatoria**
- Heisenberg (1925): Meccanica Matriciale (equivalente alla Ondulatoria, come poi mostrato da Schrödinger)
- Dirac (monografia: 1930): **Meccanica Quantistico-Relativistica**, Teoria degli Operatori, notazione Bra-ket
- Von Neumann (1932): Teoria degli Operatori Lineari su Spazi di Hilbert
- Heitler e London (1927) e successivamente Pauling: Chimica Quantistica

# Equazione di Schrödinger (1925)

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = \hat{H} \Psi(\mathbf{r}, t)$$

(Operatore Hamiltoniano)

Interpretazione di Bohr della  
funzione d'onda (1927)

# Esempio di notazione Bra-ket

Valore di osservazione  
dell'osservabile rappresentata  
dall'operatore  $A$  per un sistema fisico  
nello stato  $|\psi\rangle$ :

$$\langle\psi|A|\psi\rangle$$

1924: ipotesi di De Broglie:  $p = \frac{h}{\lambda}$ .

Giustificazione della condizione di Bohr.

$$L = n \frac{h}{2\pi} ; 2\pi L = n h ; 2\pi r p = n h ;$$

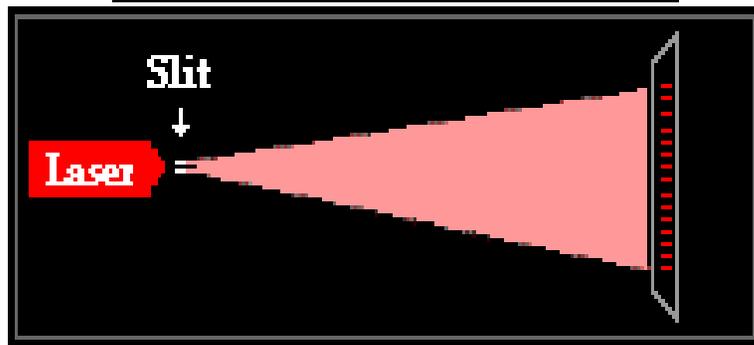
$$2\pi r \frac{h}{\lambda} = n h ; 2\pi r = n \lambda.$$

George Paget Thomson, figlio di Joseph John, fece in quel tempo un esperimento di diffrazione di elettroni su un foglio di mica, ottenendo figure simili a quelle di von Laue.

Davisson e Germer: diffrazioni di elettroni su un cristallo di Nichel.

## Young's Experiment

Top View of Experimental Set-Up



Front View of Screen



Esperimento di Young con  
elettroni: ogni elettrone  
interferisce con se stesso

Principio di indeterminazione di Heisenberg:

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{2\pi} ; \Delta t \Delta E \geq \frac{h}{2\pi} .$$

(1927)

Sviluppo della meccanica statistica quantistica  
I fermioni seguono il principio di esclusione; i  
bosoni no.

# Equazione Quantistico-Relativistica di Dirac (1928)

Esistono stati a energia negativa, i quali sono in genere tutti occupati (Mare di Dirac). Quando una particella con energia negativa effettua una transizione e compare come particella ad energia positiva, **nel mare di Dirac si forma una lacuna (antiparticella)**. La coppia particella-antiparticella così prodotta è instabile e la sua **annichilazione** produce fotoni ad alta energia.

# Antiparticelle

- Anderson (1932) osservò l'esistenza del **Positrone** nella radiazione cosmica
- Brackett e Occhialini (1933) osservarono la creazione di una coppia elettrone-positrone.
- Segré, Wieland e Ypsilanti (1955) scoprirono l'Antiprotone.
- Cork, Lambertson, Piccioni e Wenzel (1956) scoprirono l'antineutrone.
- Antidrogeno (estremamente energetico): 9 atomi presso il CERN (1995) e 100 atomi presso il Fermilab.

# Teoria Quantistica del Campo

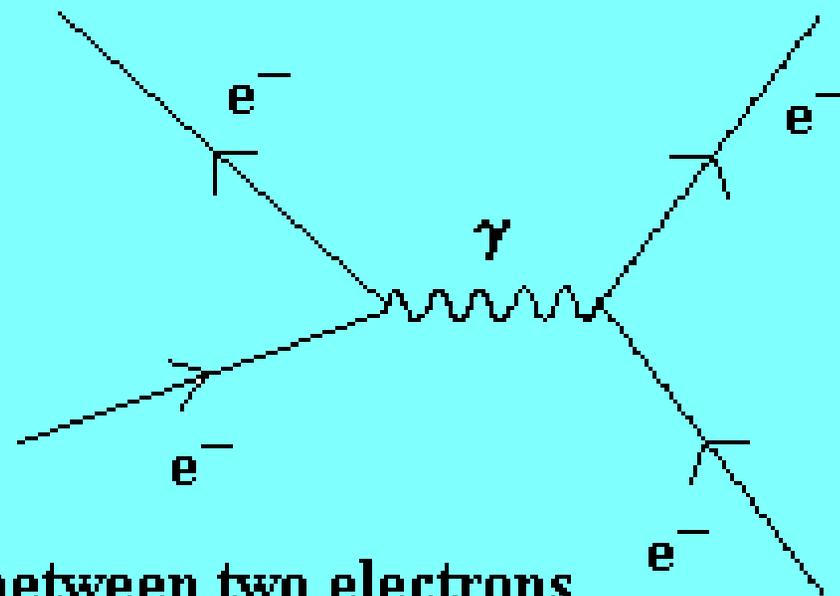
La Fisica Quantistica annulla la differenza tra “materia” (insieme di particelle) e “campo” (insieme di onde)

Esempi:

- Un fotone è un quanto del campo elettromagnetico
- Un elettrone è un campo del campo elettrone-positrone

Risposta quantistica al problema dell'azione a distanza:

Quando un elettrone emette un fotone virtuale, esso modifica la propria traiettoria per principi di conservazione; quando tale fotone viene assorbito da un secondo elettrone, anche questo subirà una deviazione dalla traiettoria.



**Force between two electrons**

# QED

- L'**Elettrodinamica Quantistica** (QED) (Feynman, Schwinger e Tomonaga) è una teoria quantistico-relativistica del campo che tratta in particolare di elettroni, positroni, del campo elettromagnetico, e della creazione e annichilazione di particelle quantistiche
- QED predice che un fotone può decadere in una coppia **virtuale** elettrone-antielettrone e poi ricombinarsi.
- Definizione di particella virtuale: particella che esiste per tempo e spazio limitati introducendo incertezza nel proprio momento ed energia per il Principio di Indeterminazione.

# Cromodinamica Quantistica

- QED è servita come modello per le successive teorie quantistiche del campo. La Cromodinamica Quantistica iniziò nel 1960 e assunse una forma più definita intorno al 1975. Glashow, Weinberg e Salam formularono indipendentemente la teoria della **Forza Elettrodebole**.

# Ambiguità Equazione dell'oscillatore di Planck

*Equazione dell'oscillatore* (Planck, 1896)

$$K f(t) - \frac{2}{3c^3} \frac{d^3 f}{dt^3} + L \frac{d^2 f}{dt^2} = E(t)$$

*Concezione corpuscolare: dipolo di massa  $m$  e carica  $q$  soggetto a forza elastica.*

La forza di frenamento dovuta all'emissione

di radiazione è  $\frac{2q^2}{3c^3} \frac{d^3 x}{dt^3}$ .

### *Concezione continua della materia.*

La potenza media irraggiata da un dipolo oscillante è  $\frac{\omega^4 f_0^2}{3c^3}$ , che coincide con il valore

medio di  $\frac{2}{3c^3} \frac{df}{dt} \frac{d^3f}{dt^3} = P(t)$ . Si può scrivere:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{2} K f^2 + \frac{1}{2} L \left( \frac{df}{dt} \right)^2 \right] = P(t) + E(t) \frac{df}{dt},$$

da cui si ottiene l'equazione dell'oscillatore.

# CCD

Un **charge-coupled device** (CCD) è un **circuito integrato** che funge da shift-register permettendo il trasporto di segnali analogici (cariche elettriche) attraverso successivi condensatori controllati da un segnale di clock. Sono usati in **array di sensori fotoelettrici** per rendere seriali segnali analogici paralleli. Questa tecnologia fu inventata da **Willard Boyle e George E. Smith** negli AT&T Bell Labs nel 1969. Non tutti i sensori di immagine usano la tecnologia CCD. Per esempio sono commercialmente disponibili chips (circuiti integrati) a tecnologia CMOS (Complementary metal–oxide–semiconductor).

Un registro a scorrimento (shift register) è un componente di elettronica digitale costituito da una catena di celle di memoria ad un bit (comunemente dei flip-flop) che ad ogni impulso di clock consentono lo scorrimento dei bit da una cella a quella adiacente.