30/09/2013

AUTOMI

$$A = \langle \Lambda, \Sigma, S, F, \delta \rangle$$

Λ = alfabeto (insieme finito di simboli)

Σ = insieme finito di stati

- $S \in \Sigma$ è lo stato INIZIALE
- $F \subseteq \Sigma$ è l'insieme degli stati di accettazione

δ è la relazione di transizione

RELAZIONE

A, B insiemi

R relazione su A e B

$$R \subseteq A \times B$$

$$A \times B = \{ \langle a, b \rangle \mid a \in A, b \in B \}$$

$$\leq \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$$

$$\leq = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 8 \rangle, \ldots \}$$

$$\langle 8, 4 \rangle \notin \leq$$

$R \subseteq A \times B$

spesso si indica con aRb il fatto che la coppia $\langle a, b\rangle \in R$

$$1 \leq 1 \qquad 2 \leq 8 \qquad 8 \not\leq 4$$

se $\langle a, b\rangle \in R$ diciamo che

"a è in relazione R con b"

R è una <u>funzione</u> se ogni elemento di A è in relazione con AL PIÙ un elemento di B

- $\leq$ NON è una funzione

$$1 \leq 3 \qquad 1 \leq 5 \qquad \langle 1,3 \rangle, \langle 1,5 \rangle \in \leq$$

$$n \xrightarrow{a} m$$

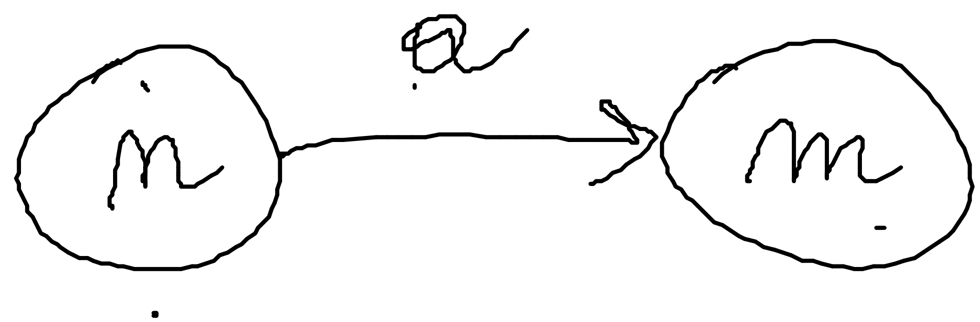
$$\langle \underbrace{\langle n, a \rangle}, \underbrace{m} \rangle$$

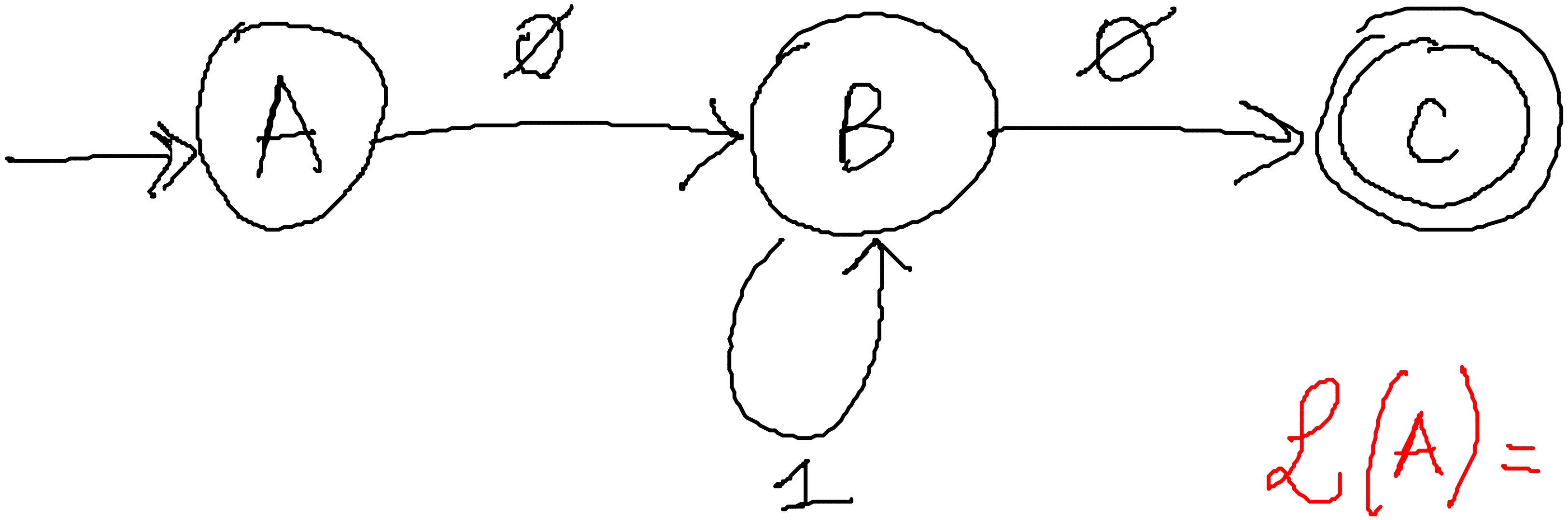
$$\delta \subseteq (\Sigma \times \Lambda) \times \Sigma$$

"contenuto o uguale" tra insiemi

se $\langle\langle n, a\rangle, m\rangle \in \delta$

il grafo che rappresenta l'automa contiene





$\mathcal{L}(A) = \{ 01^k0 \mid k \geq 0 \}$

$A = \{0, 1\}$

$\Sigma = \{A, B, C\}$

$S = A$

$F = \{C\}$

$$\delta = \{ \langle \langle A, 0 \rangle, B \rangle, \langle \langle B, 0 \rangle, C \rangle, \langle \langle B, 1 \rangle, B \rangle \}$$

CAMMINO (SU UN GRAFO)

Un cammino su un automa è una sequenza di stati

$S_0, S_1, \ldots, S_k$

- dove $S_i \in \Sigma$ per ciascun $i \in [\emptyset, k]$
- $\langle\langle S_i, x\rangle, S_{i+1}\rangle \in \delta$

Nell'esempio di prima

A, B, B, B, C è un cammino

A, B, A NON è un cammino

Un cammino nell'automa a stati finiti corrispondente a una stringa $a_1 \dots a_k$

$S_0, S_1, \dots\dots, S_k$

tale che:

- $S_0, \dots\dots, S_k$ è un cammino
- $\langle \langle S_i, a_i \rangle, S_{i+1} \rangle \in \delta$

Dato $A = < \Lambda, \Sigma, S, F, \delta >$

$\mathcal{L}(A)$ è l'insieme di tutte e sole le sequenze

$$a_1 \dots a_k \in \Lambda^*$$

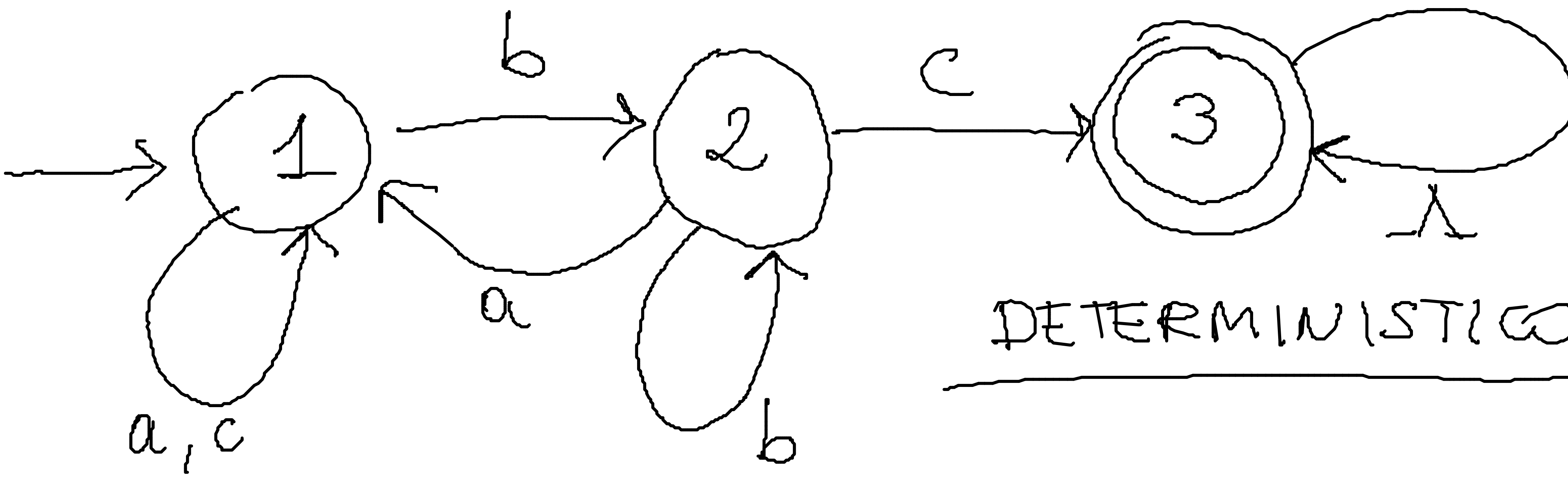
tali che esiste un CAMMINO per $a_1 \dots a_k$ in A con:

- s_0 stato iniziale $(s_0 = S)$
- $s_k \in F$ (stato di accettazione)

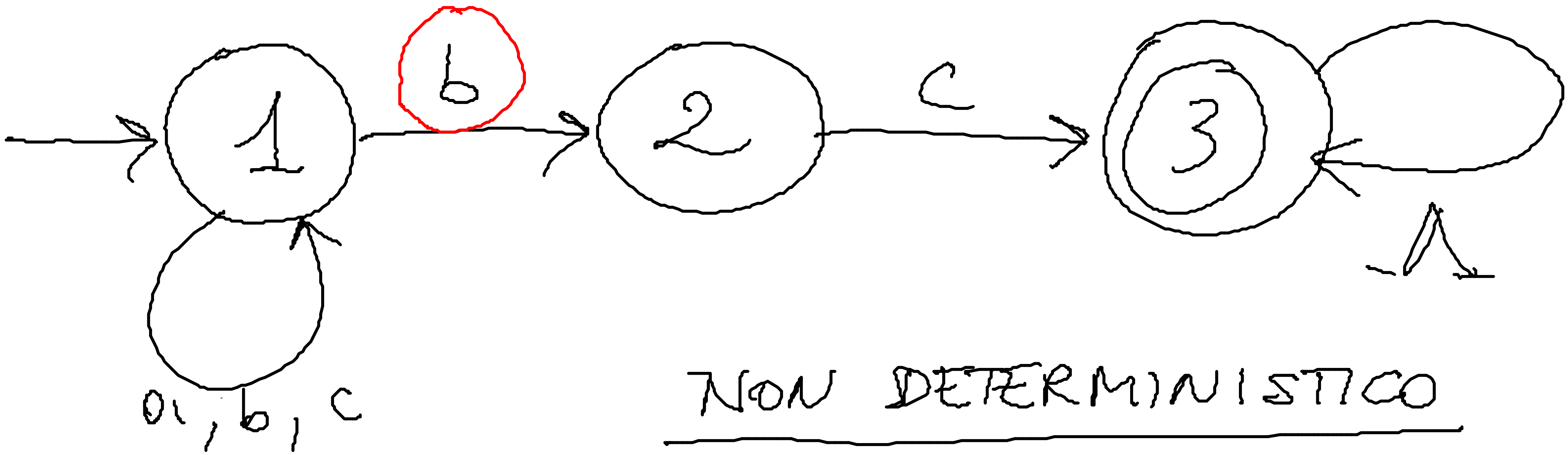
Esempio $\quad \Lambda = \{a, b, c\}$

$\mathcal{L}$: riconoscere il linguaggio di tutte e sole le stringhe che contengono la sottosequenza bc

$aab \notin \mathcal{L}$ $\qquad$ $ba\underline{bc}bb \in \mathcal{L}$



DETERMINISTICO



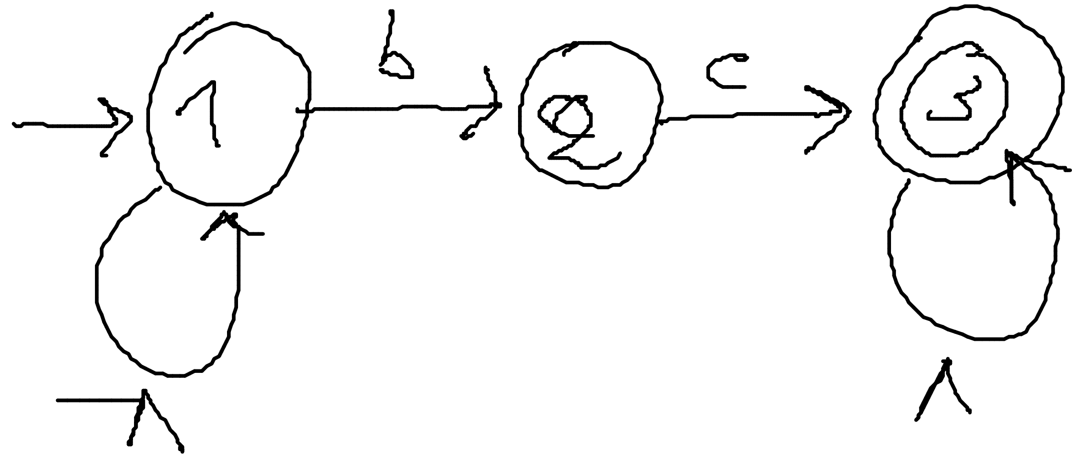
NON DETERMINISTICO

$\langle \langle 1, b \rangle, 1 \rangle$

$\langle \langle 1, b \rangle, 2 \rangle$

cabca

c	a	b	c	a		
1	1	1	1	1	1	✗
1	1	1	2	3	3	✓



b	a	b	a		
1	1	1	1	1	✗
1	2				✗
1	1	1	2		✗

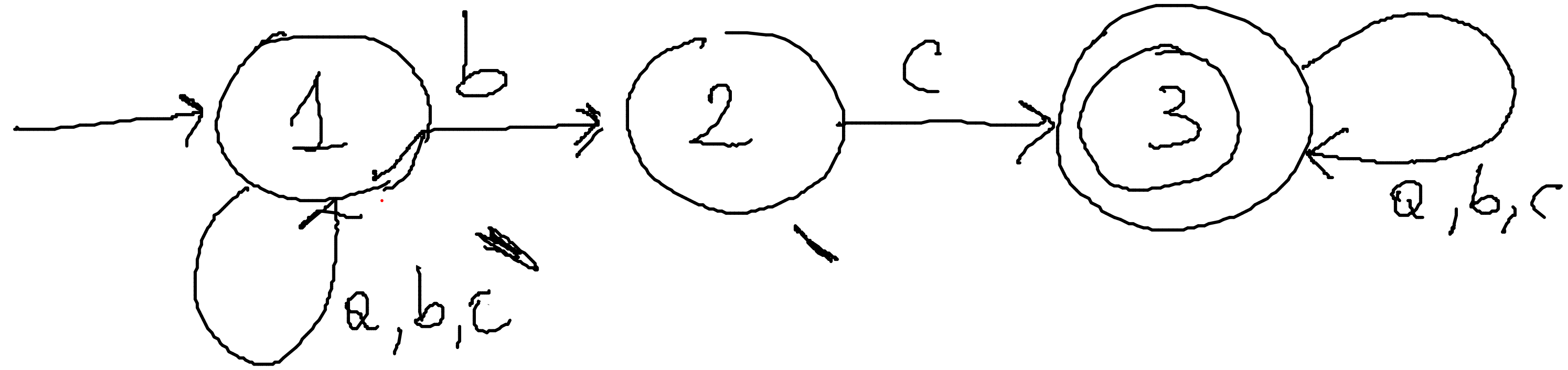
AUTOMI N.D. sono più "potenti" degli AUTOMI Det. ?? NO!!

SONO EQUIVALENTI

COSTRUZIONE DEI SOTTOINSIEMI

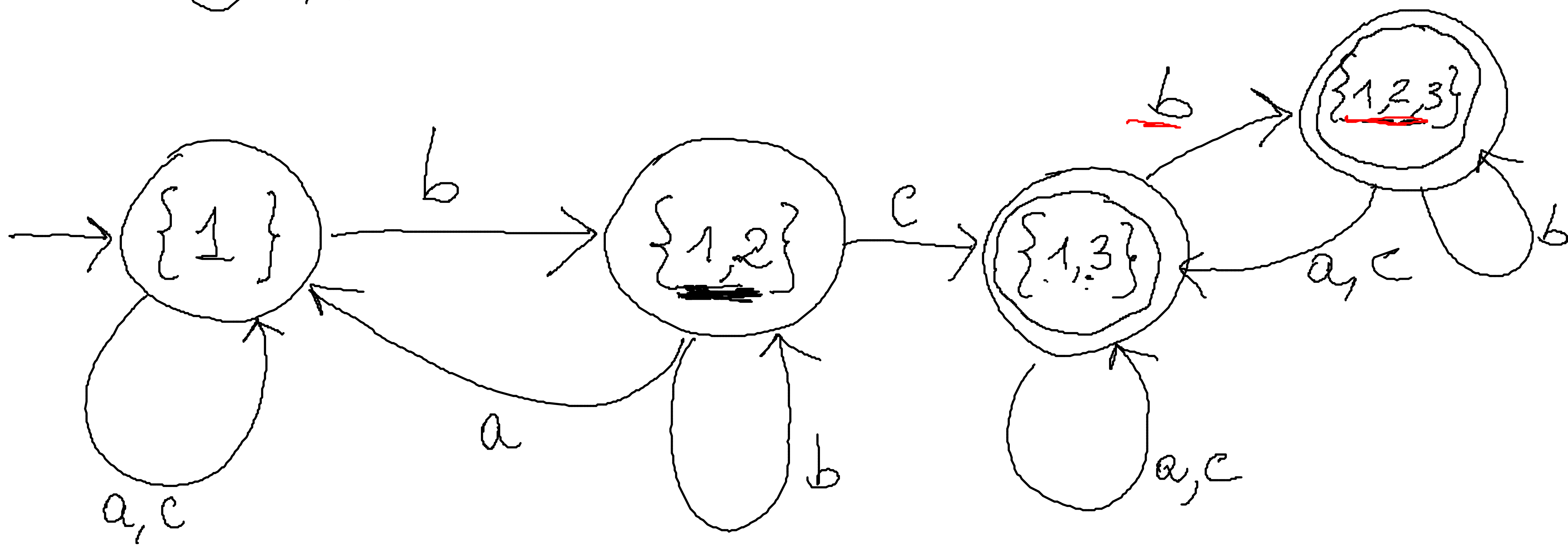
L'idea è la seguente:

- si costruisce, a partire da un automa A n.d. un automa A' deterministico i cui stati rappresentano INSIEMI di STATI dell'automa non deterministico.



: A(n.d.)

A'



	a	b	c
{1}	{1}	{1,2}	{1}
{1,2}	{1}	{1,2}	{1,3}
* {1,3}	{1,3}	{1,2,3}	{1,3}
* {1,2,3}	{1,3}	{1,2,3}	{1,3}

$A = \langle \Lambda, \Sigma, S, F, \delta \rangle$ non deterministico

$A' = \langle \Lambda, \Sigma', S', F', \sigma \rangle$ deterministico

- $S' = \{S\}$
- per ogni $s \in \Sigma'$, $s \subseteq \Sigma$
- $s \in \Sigma'$, se $s \cap F \neq \emptyset$ allora $s \in F'$
- σ contiene

$\langle \langle \underbrace{\{x_1, \dots, x_k\}}, a \rangle, \underbrace{\{y_1, \dots, y_n\}} \rangle$

se e soltanto se

$$\langle\langle x_i, a\rangle, y_j\rangle \in \delta$$

$$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$$

$$\langle\langle \underline{\{x_1, \dots, x_k\}}, \underline{a}\rangle, \underline{\{y_1, \dots, y_n\}}\rangle$$

gli y_j sono tutti e soli gli stati raggiungibili da almeno un x_i consumando a nell'automa non deterministico