www.di.unipi.it/~paolo/PRL/

CALCOLO DEL FATTORIALE

$$n! = 1 * 2 * \cdots * (n-1) * n \qquad 0! = 1$$

PARADIGMA IMPERATIVO

$\{x = A\}$ $\quad A \geq 0$

$f := 1;$

while $x > 0$ do $f := f * x;\ x := x - 1;$ endw

$\{\langle x,3\rangle\}$

$\{\langle x,3\rangle, \langle f,1\rangle\}$

1ª iterazione $\{\langle x,2\rangle, \langle f,3\rangle\}$

2ª iterazione $\{\langle x,1\rangle, \langle f,6\rangle\}$

3ª iterazione $\{\langle x,0\rangle, \langle f,6\rangle\}$

```
f := 1;
while x>0
    f := f*x;
    x := x-1
endw
```

$3! = 1*2*3 = 6$

PROG. RICORSIVA

let $f(x) =$ if $x = 0$ then 1
else $x * f(x-1)$

$$x! = \underbrace{1 * 2 * \cdots * (x-1)}_{(x-1)!} * x$$

$f(x) = \text{if } x = 0 \text{ then } 1$
$\text{else } x * f(x-1)$

$\underline{f(3)}$

$= 3 * f\underline{(2)}$

$= 3 * 2 * \underline{f(1)}$

$= 3 * 2 * 1 * \underline{f(0)}$

$= 3 * 2 * 1 * 1 = 6$

SINTASSI DEI LINGUAGGI

- sintassi: si occupa della struttura delle frasi
- semantica: si occupa di dare significato alle frasi sintatticamente corrette

Una frase è una sequenza di simboli di un alfabeto

		SINT	SEM
	1) il papà ha la febbre	✓	✓
	2) la febbre ha il papà	✓	✗
$\in \Sigma^* \leftarrow$	3) la il papà febbre ha	✗	—

ALFABETO: è un insieme FINITO di simboli

Λ (lambda maiuscola in greco)

es. $\Lambda = \{a, b, c\}$

Dato Λ indichiamo con Λ^* (lambda-star) l'insieme di tutte le sequenze di lunghezze finite di simboli in Λ

$\Lambda^* = \{a, aa, ab, bca, aacbcb, \ldots\ldots\}$

ε è la sequenza vuota $\varepsilon \in \Lambda^*$

$$\Lambda^+ = \Lambda^* \setminus \{\varepsilon\}$$

Cosa è un linguaggio dato Λ (su Λ ...)

$$\mathcal{L} \subseteq \Lambda^*$$

Riepilogo: dato Λ

$$\Lambda^* = \{ a_1 \dots a_n \mid a_i \in \Lambda,\ n \geq 0 \}$$

ε è la sequenza vuota, $n = 0$

$$\mathcal{L} \subseteq \Lambda^*$$

Problema: come possiamo caratterizzare le stringhe (sequenze) di un particolare linguaggio?

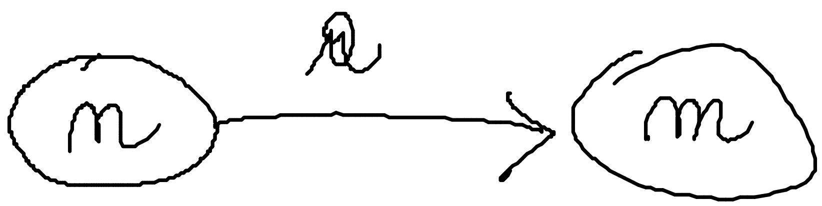
- approccio riconoscitivo (AUTOMI)
- approccio generativo (GRAMMATICHE)

AUTOMI A STATI FINITI

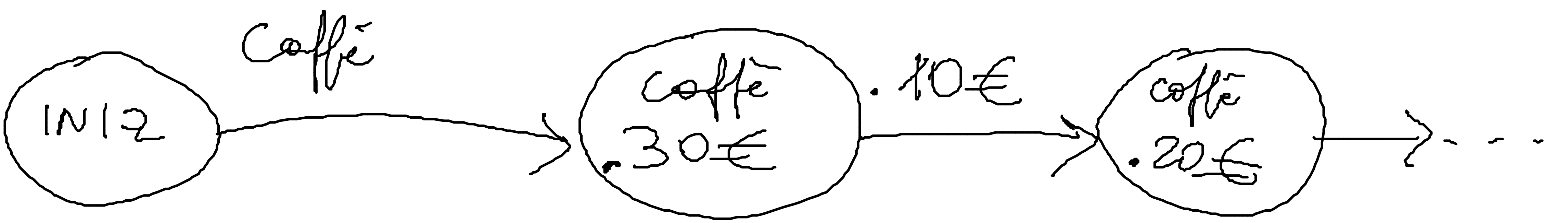
AUTOMA a STATI FINITI (ASF)

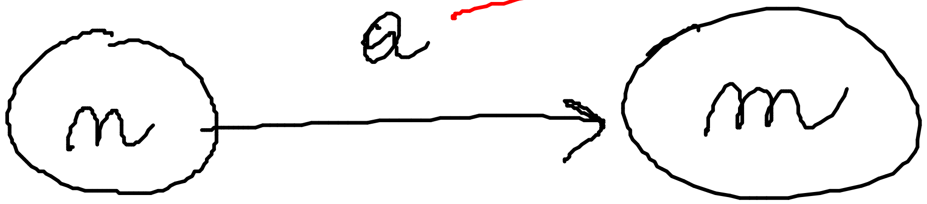
è una macchina a stati che rappresentano così

$n \longleftarrow$ STATO n



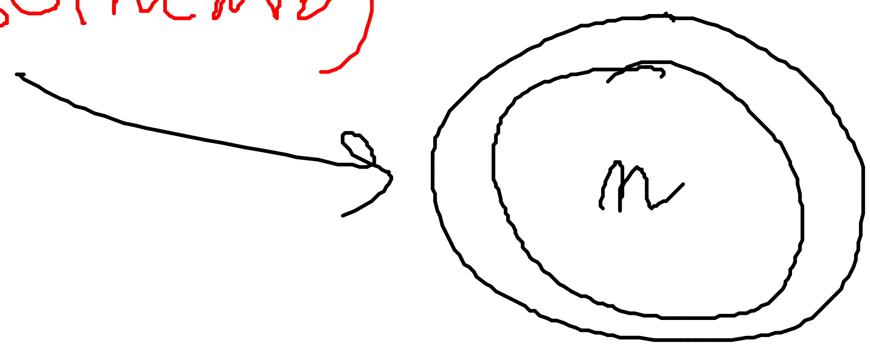
TRANSIZIONE dallo stato n allo stato m a seguito della "azione" a

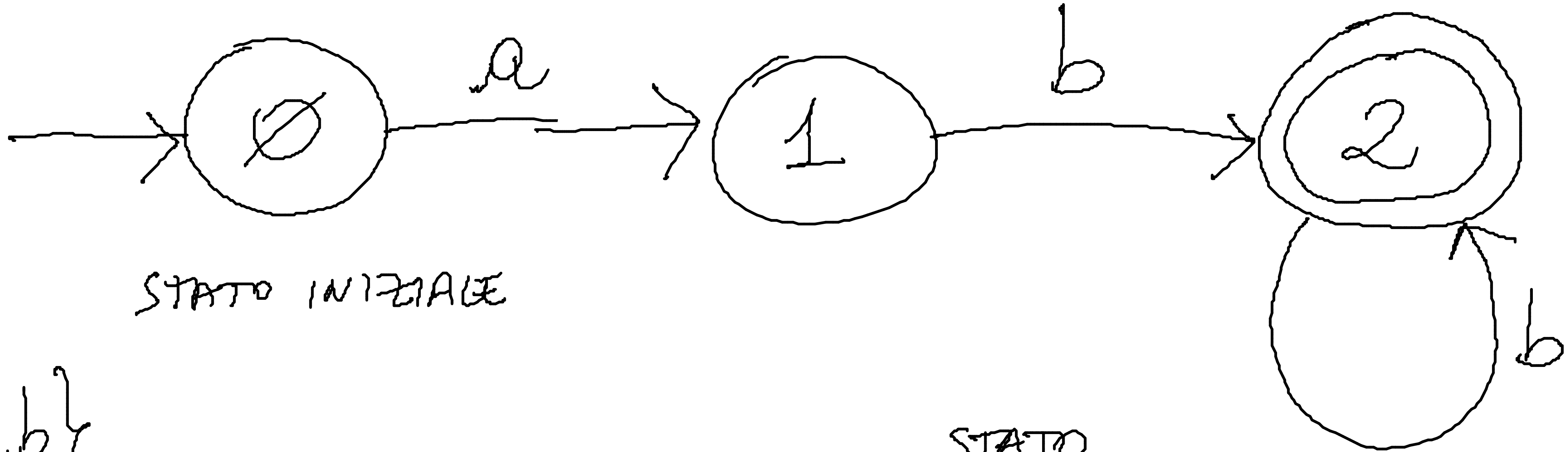




$a \in \Lambda$

- Un ASF consuma un simbolo alla volta di una stringa e, se la stringa appartiene al linguaggio descritto dall'automa, finisce le operazioni in uno stato DI ACCETTAZIONE (DI RICONOSCIMENTO)



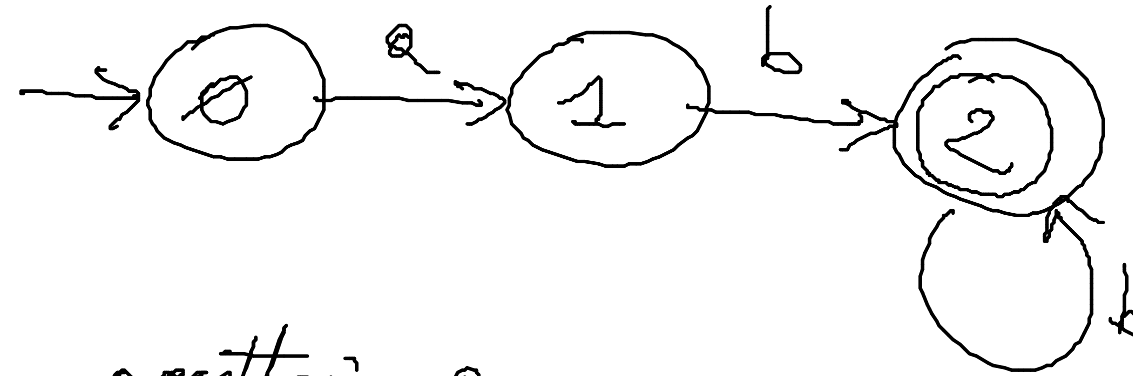


$\Lambda = \{a, b\}$

	STATO
abb	∅
bb	1
b	2
-	2

$abb \in \mathcal{L}$

STATO



	STATO
a	∅
—	1 ← non è di accettazione

$a \notin \mathcal{L}$

	STATO
aba	∅
ba	1
a	2 ← $aba \notin \mathcal{L}$

	STATO
ba	∅

$ba \notin \mathcal{L}$

- Una stringa $a_1 \dots a_n \in A^*$ è riconosciuta da un automa a stati finiti A se e solo se esiste una sequenza di stati

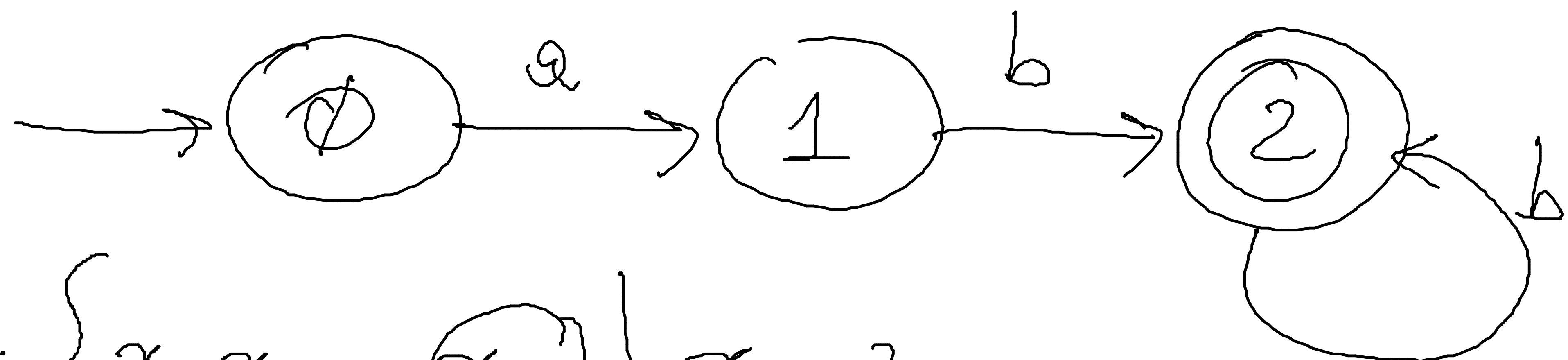
$$S_0, S_1, S_2, \dots, S_n$$

tale che:

- S_0 è lo stato iniziale di A
- per ogni $i \geq 1$ $\quad S_i \xrightarrow{a_i} S_{i+1}$
- S_n è uno stato di riconoscimento

Dato un automa A il linguaggio descritto dall'automa $\mathcal{L}(A)$ è l'insieme di tutte e sole le stringhe $a_1 \dots a_n \in \Lambda^*$ che sono RICONOSCIUTE da A

Esempio



$$\mathcal{L}(A) = \left\{ x_1 x_2 \dots x_n \;\middle|\; x_1 = a,\ \underset{i \neq 1}{x_i} = b,\ n \geq 2 \right\}$$

$$\mathcal{L}(A) = \{ a\underbrace{b \ldots\ldots b}_{n} \mid n \geq 1 \}$$

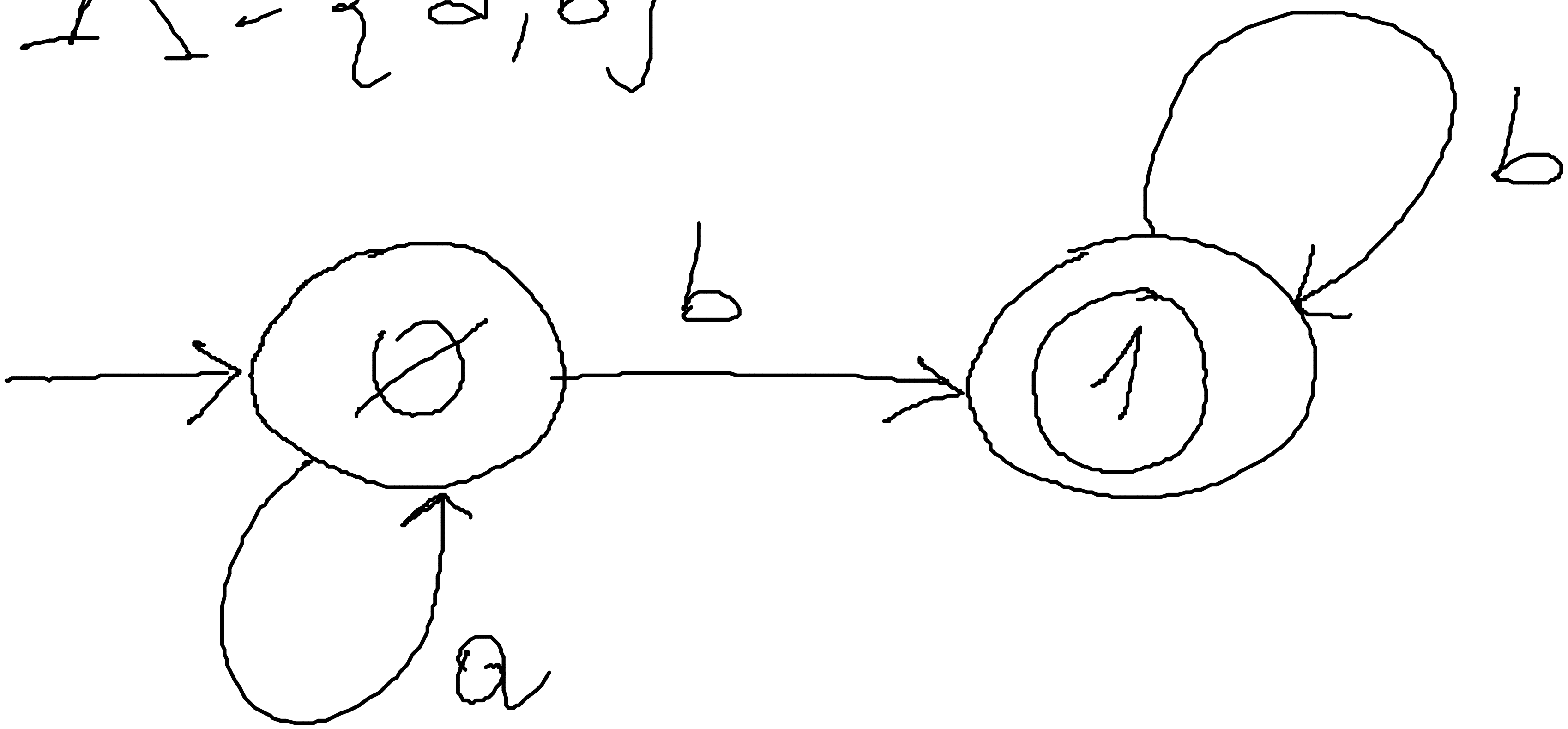
Dato un simbolo $x \in \Lambda$ indichiamo con

$$x^0 = \varepsilon$$

$$x^n = \underbrace{x \ldots\ldots x}_{n} \quad n \geq 1$$

$$\mathcal{L}(A) = \{ ab^n \mid n \geq 1 \}$$

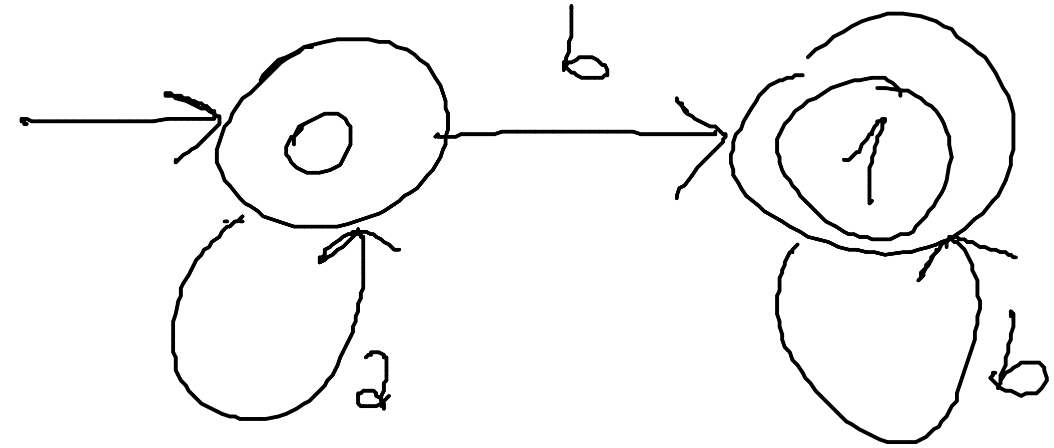
$\Lambda = \{a, b\}$



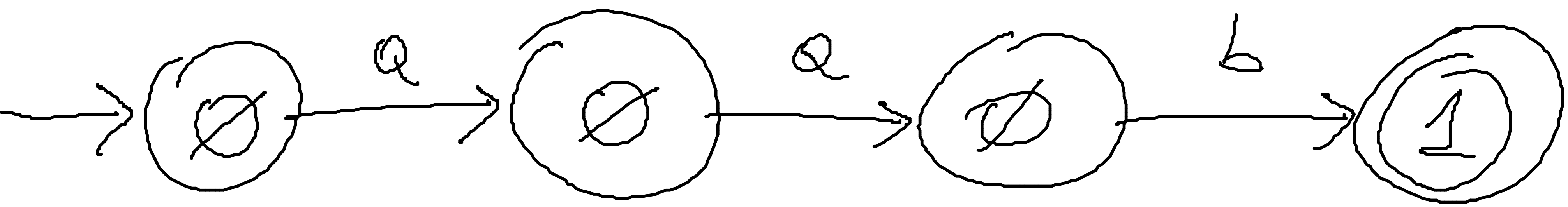
$$\mathcal{L}(A) = \{ a^n b^m \mid n \geq 0 ,\ m \geq 1 \}$$

$$\underbrace{aaa \cdots a}\ \underbrace{bbbbb \cdots b}$$

A :



$\underline{aab} \in \mathcal{L}(A)$



$S_0 = \emptyset \quad S_1 = \emptyset \quad S_2 = \emptyset \quad S_3 = 1$

S_0, S_1, S_2, S_3 è la sequenza ricercata

Osservazione: per riconoscere una sequenza

$$a_1 \dots a_n$$

l'automa deve "passare" attraverso $n+1$ stati

$$S_0 \xrightarrow{a_1} S_1 \xrightarrow{a_2} S_2 \longrightarrow \dots \longrightarrow S_{n-1} \xrightarrow{a_n} S_n$$

$bb \in \mathcal{L}(A)$

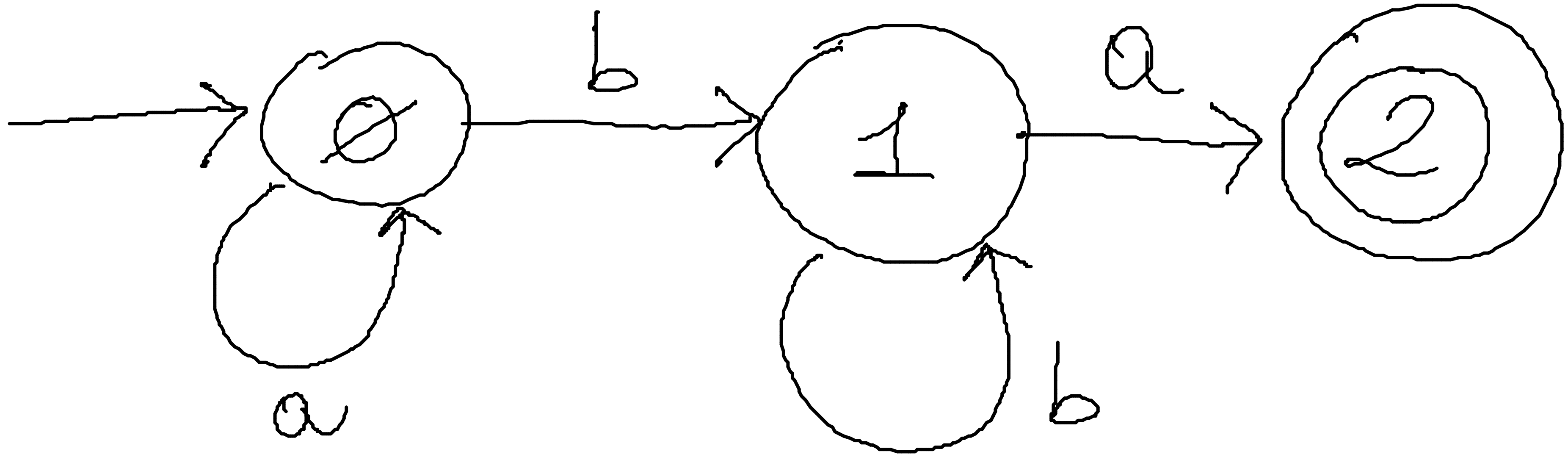
$$\emptyset \xrightarrow{b} 1 \xrightarrow{b} 1$$

$aba \notin \mathcal{L}(A)$

$\longrightarrow 0 \xrightarrow{a} 0 \xrightarrow{b} 1 \xrightarrow{a} ??$

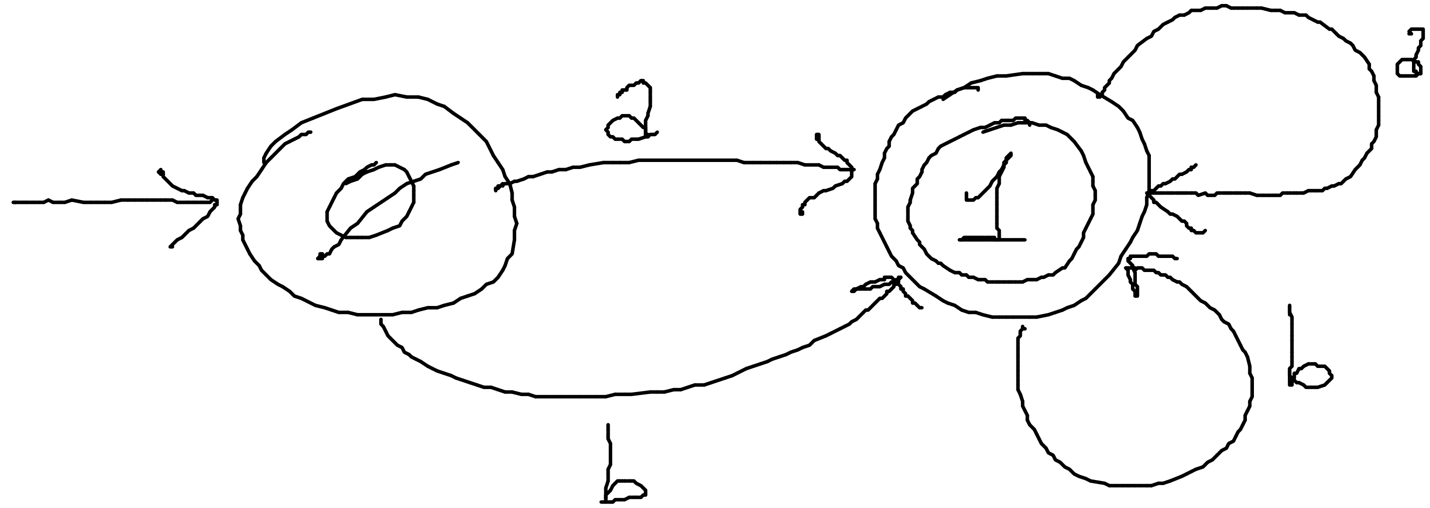
e infatti aba non è della forma

$a^n b^m$



$$\mathcal{L}(A) = \{ \underline{a^{n} b^{m} a} \mid n \geq 0,\ m \geq 1 \}$$

A:

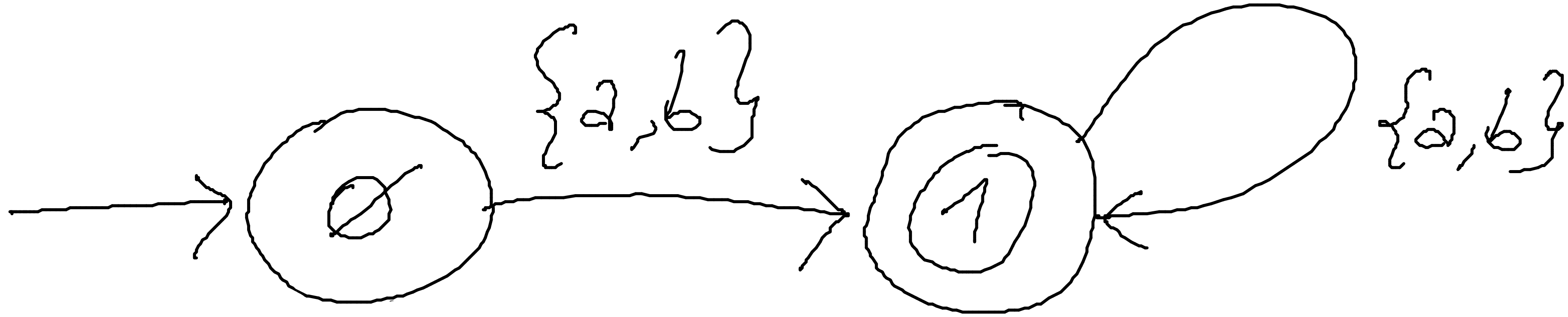


$\Lambda = \{a, b\}$

$$\mathcal{L}(A) = \underline{\Lambda}^{+}$$

Per comodità, tutte le volte che da uno stato n ad uno stato m si può transire con più simboli, usiamo la notazione compatta

$$n \xrightarrow{\{a_1, \dots, a_k\}} m$$

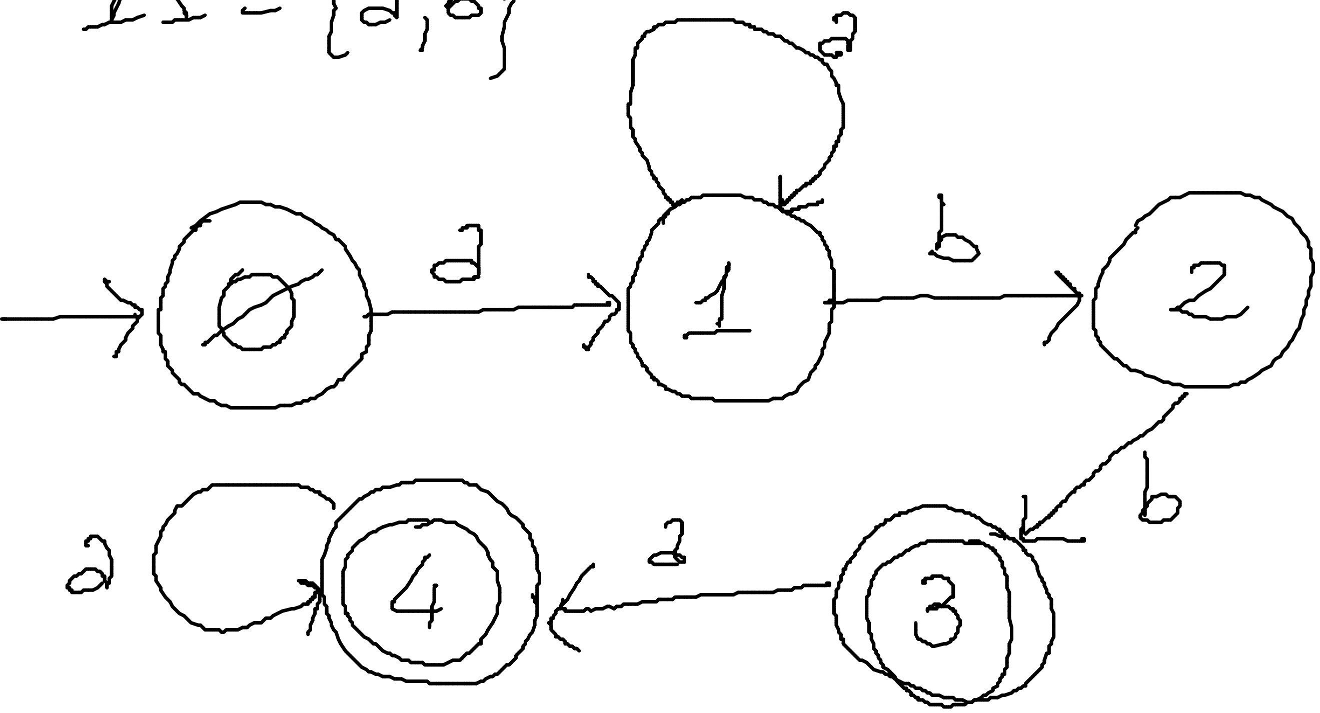


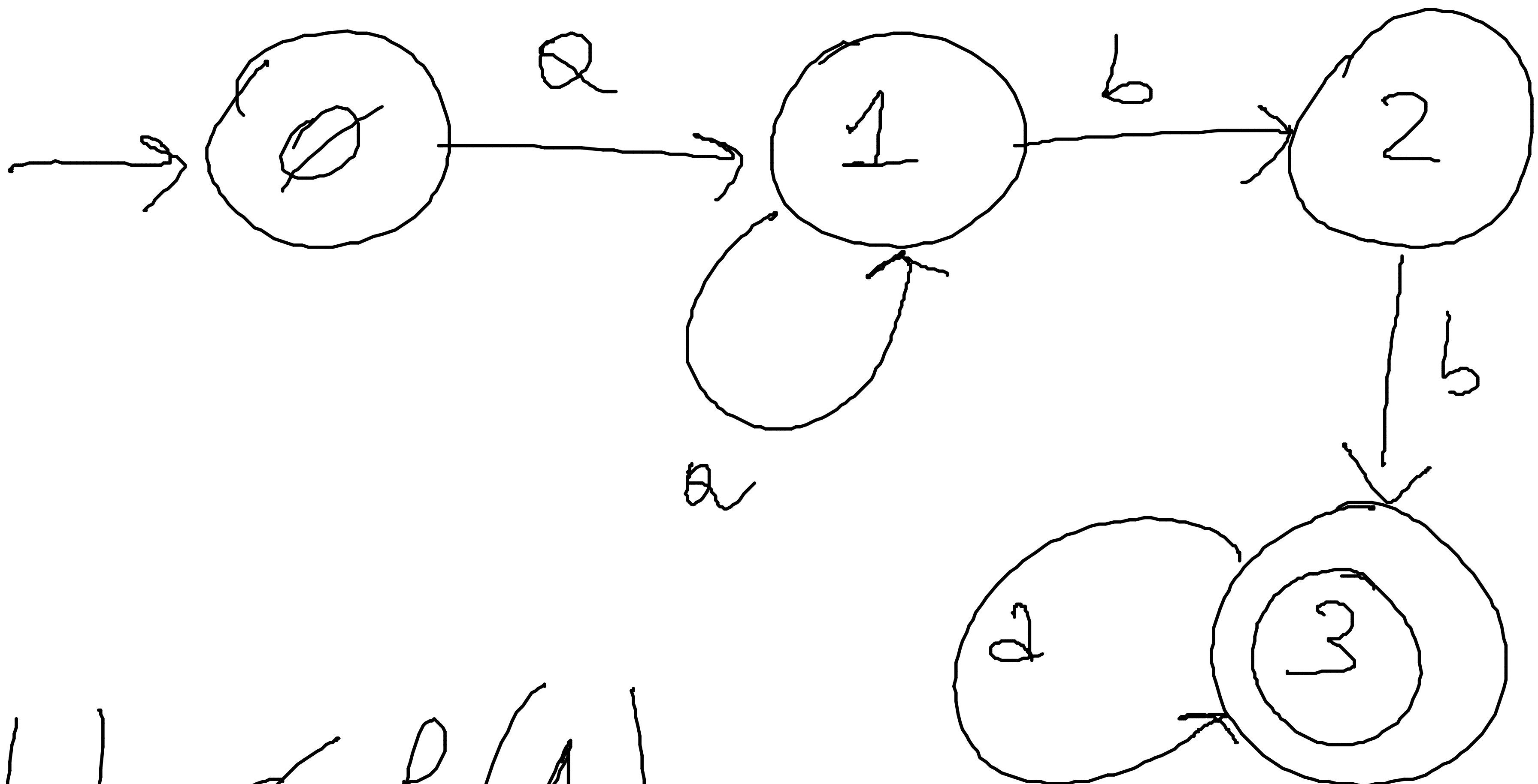
Esempio :

$$\mathcal{L} = \{ a^n b b a^k \mid n \geq 1,\ k \geq 0 \}$$

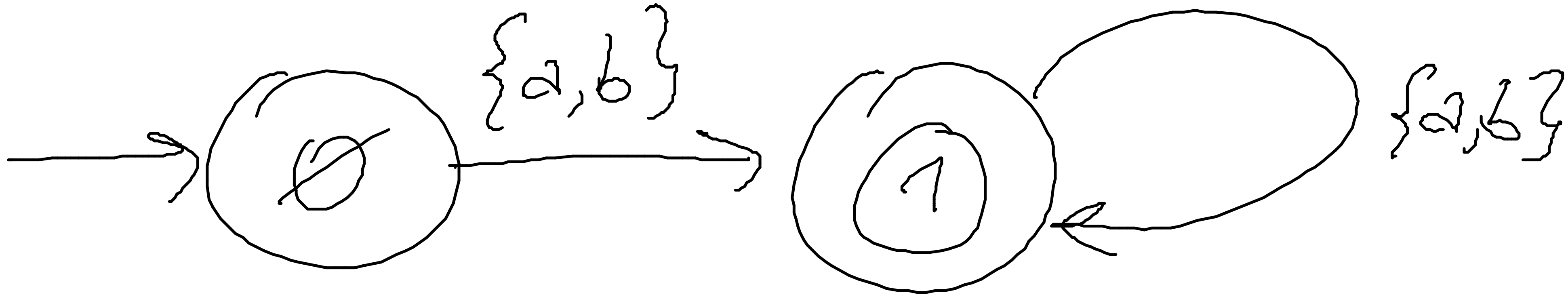
almeno 1
2

$\Lambda = \{a, b\}$

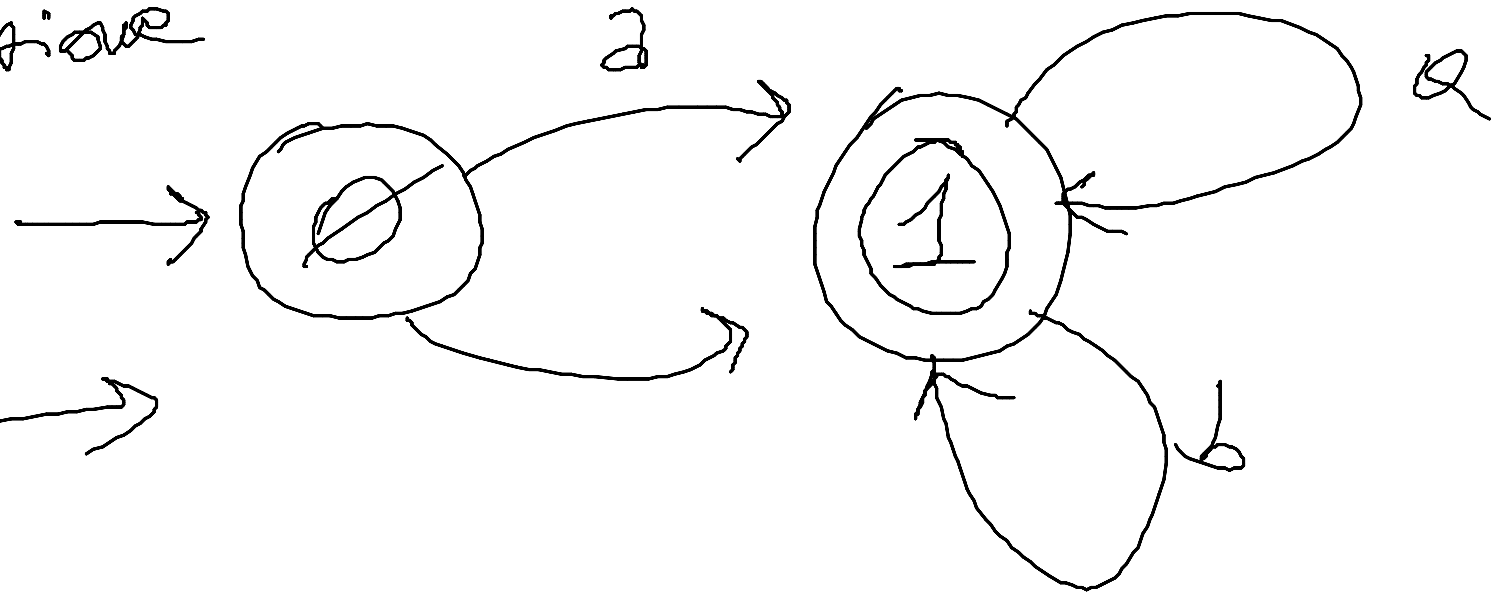




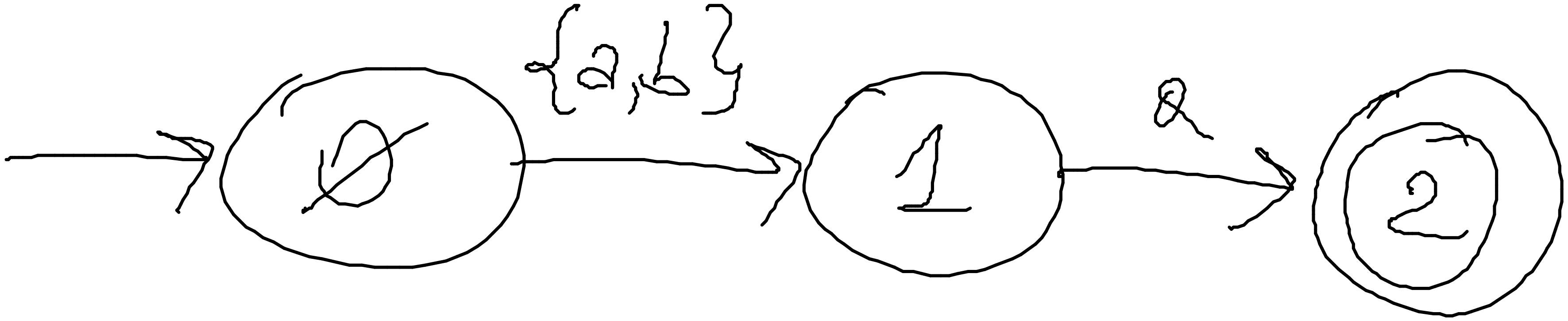
$abbb \notin \mathcal{L}(A)$



è una osservazione per

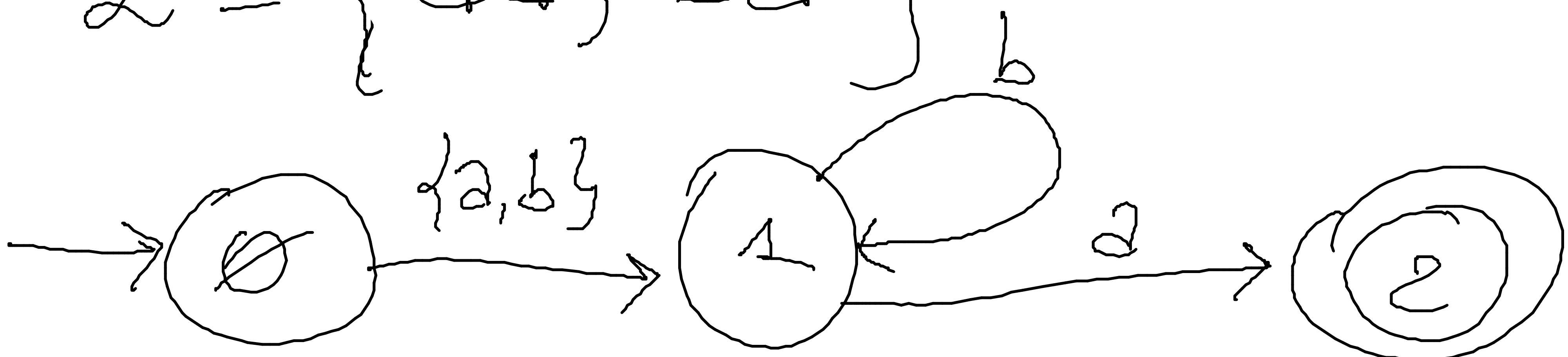


A:



$$\mathcal{L} = \{aa, ba\}$$

A'



$$\mathcal{L} = \{ab^n a \mid n \geq 0\} \cup \{bb^n a \mid n \geq 0\}$$

$$\mathcal{L} = \{ab^na \mid n \geq 0\} \cup \{b^na \mid n \geq 1\}$$

$$\mathcal{L} = \{xb^na \mid n \geq 0,\ x \in \{a,b\}\}$$