

Fabrizio Luccio. Appunti di algoritmica

1 Ordini di grandezza delle funzioni

In informatica si usa la seguente notazione asintotica per indicare il possibile ordine di grandezza di una funzione. La variabile indipendente n è in genere un intero positivo e indica la "dimensione" dei dati di un problema (per es. il numero di bit necessario a descrivere i dati). La funzione di cui si studia l'ordine di grandezza è in genere proporzionale al tempo di calcolo (complessità in tempo), oppure alla memoria impiegata oltre a quella necessaria ai dati d'ingresso (complessità in spazio).

Con riferimento alla figura riportata in calce:

Notazione Θ

$f(n)$ è di ordine $\Theta(g(n))$ se esistono tre costanti positive c_1, c_2, n_0 , tali che $0 \leq c_1g(n) \leq f(n) \leq c_2g(n)$ per ogni $n \geq n_0$.

Cioè le funzioni $f(n)$ e $g(n)$ hanno lo stesso andamento al crescere di n a meno di costanti moltiplicative, e contano solo i termini di ordine massimo. Per esempio $f(n) = n^2 - 3n + 1$ è di ordine $\Theta(n^2)$, ma anche $f(n) = 3n^2 - 5$ è di ordine $\Theta(n^2)$ perché non si considerano le costanti moltiplicative.

La notazione Θ si impiega per esempio per indicare il tempo di un algoritmo di cui si conosce compiutamente il comportamento e che, a pari valore di n , si comporta allo stesso modo per tutti gli insiemi di dati di dimensione n che gli si presentano.

Notazione O

$f(n)$ è di ordine $O(g(n))$ se esistono due costanti positive c_1, n_0 , tali che $0 \leq f(n) \leq c_1g(n)$ per ogni $n \geq n_0$.

Cioè la funzione $f(n)$ ha un andamento che non sale al di sopra di $g(n)$ al crescere di n , a meno di una costante moltiplicativa. Anche qui contano solo i termini di ordine massimo. Per esempio $f(n) = 2n^2 - 3n + 1$ è di ordine $O(n^2)$, ma anche $O(n^3)$ ecc..

La notazione O si impiega per esempio per indicare il tempo di un algoritmo di cui **non** si conosce compiutamente il comportamento, ma che si sa che non può superare $g(n)$; oppure che **non** si comporta allo stesso modo per tutti gli insiemi di dati di dimensione n che gli si presentano, ma per alcuni richiede tempo $\Theta(g(n))$, per altri meno.

Notazione Ω

$f(n)$ è di ordine $\Omega(g(n))$ se esistono due costanti positive c_2, n_0 , tali che $0 \leq c_2 g(n) \leq f(n)$ per ogni $n \geq n_0$.

Cioè la funzione $f(n)$ ha un andamento che non scende al di sotto di $g(n)$ al crescere di n , a meno di una costante moltiplicativa. Anche qui contano solo i termini di ordine massimo. Per esempio $f(n) = 2n^2 - 3n + 1$ è di ordine $\Omega(n^2)$, ma anche $\Omega(n \log n)$ ecc..

La notazione Ω si impiega per esempio per indicare il limite inferiore al tempo di soluzione di un problema, che si applica quindi a *tutti* i suoi algoritmi di soluzione.

