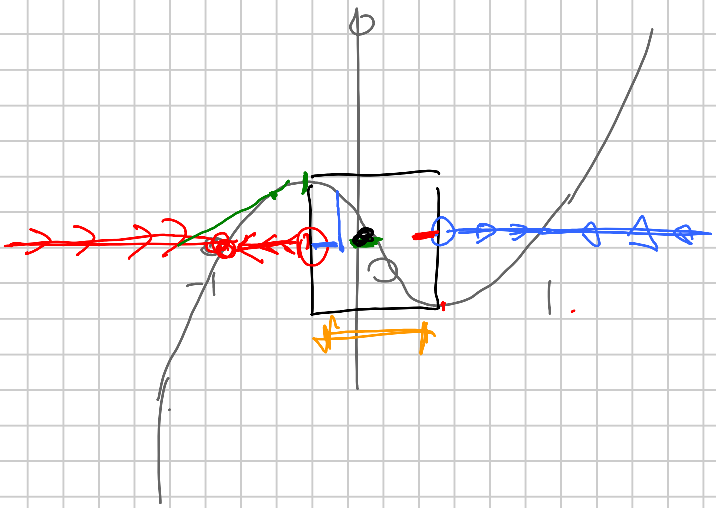
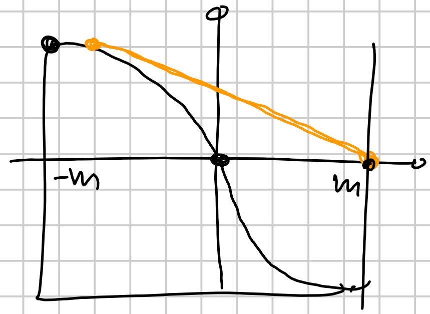
Note Title 2026-03-10

$$a = \log_2 x = \frac{\log x}{\log 2}$$

$$2^x = a \qquad 10^{(\log_2 10 \cdot x)} = a$$





Lo funzione $\Phi(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$

è tale che $\Phi(0) = 0$

e $\lim_{x \to -m^+} \Phi(x) = +\infty$

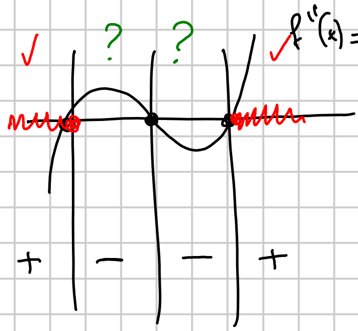
È continua, per continuità esiste un punto z per cui $\Phi(z) = m$

Se $x_0 > z$, $x_1 > \Phi(z) = m$

e quindi la convergenza a 1.

$f'(x) = x^3 - x$

$f''(x) = 6x$



$f \cdot f''$

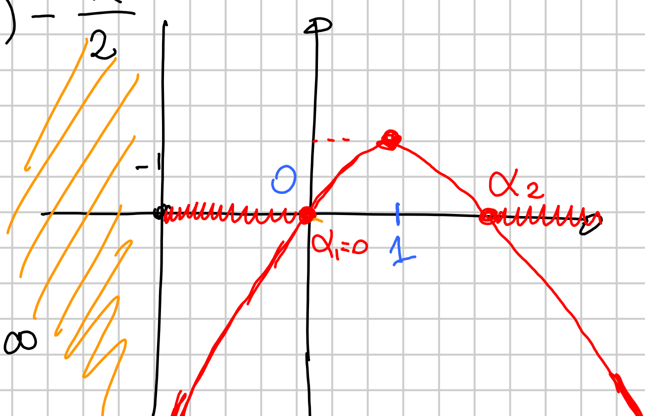
$$f(x) = \log(x+1) - \frac{x}{2}$$

Definita per $x > -1$

$f(0) = \log(1) - \frac{0}{2} = 0$

$\lim_{x \to -1} f(x) = -\infty + \frac{1}{2} = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ perché $\frac{x}{2}$ va a ∞ più veloce di $\log(x+1)$



$\log_2 65536 = 16$ $\qquad x = 65536$

$\log_2 x = 16$

$f(x) = \log(1+x) - \frac{x}{2}$

$f'(x) = \frac{1}{1+x} - \frac{1}{2}$ ← si annulla per $x=1$ $\qquad f'(x) > 0$ per $x<1$ e minore poi

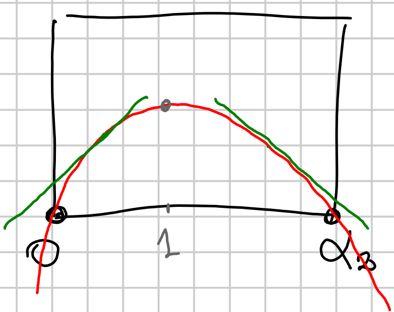
$f''(x) = -\frac{1}{(1+x)^2} < 0$

$f(1) = \log 2 - \frac{1}{2}$ punto di massimo

- La funzione ha due zeri $\alpha_1 = 0$ e $\alpha_2 \in (1, \infty)$
- Sono zeri semplici, quindi c'è conv. locale $(f'(\alpha) \neq 0)$
- $f(x) f''(x) \geq 0$ in $(-1, 0]$ e $[\alpha_2, \infty)$, e in questi intervalli valgono le ipotesi del teo. di convergenza su intervalli

Teo: se $f \in C^2$, $f(\alpha) = 0$, $f'(\alpha) = 0$
$\Rightarrow$ esiste un intorno $[\alpha-\rho, \alpha+\rho]$ tale che valgono le ipotesi del teo. di pto fisso e si ha conv. locale

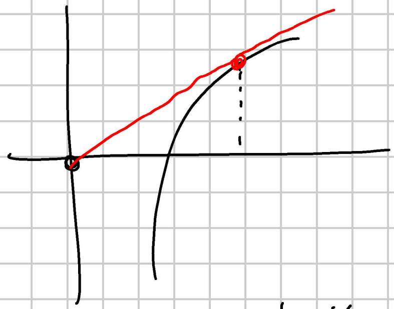
- Mi resta da capire cosa succede al metodo di Newton se partiamo da un punto in $(0, \alpha_2)$:



$f(x) = \log(x+1) - \frac{x}{2}$

Possiamo vedere dal grafico che se partiamo a sx di 1, $f'(x_0) > 0$, quindi la tangente incontra l'asse delle ascisse in un punto $x_1 < 0$. Se invece $x_0 > 1$, $x_1 > \alpha_2$.

- Se $x_0 > 1$, ho sempre convergenza a α_2
- Se $x_0 \in (0,1)$, rischio che il punto x_1 sia minore di -1, e quindi la funzione non è definita!



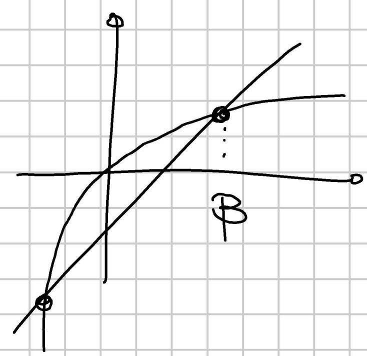
$$-1 = x_1 = x_0 - \frac{\log(x_0+1) - \frac{x_0}{2}}{\frac{1}{1+x_0} - \frac{1}{2}}$$

$$\iff \quad -1 - x_0 = \frac{\log(x_0+1) - \frac{x_0}{2}}{\frac{1}{1+x_0} - \frac{1}{2}}$$

$$\iff \quad \left(\frac{1}{1+x_0} - \frac{1}{2}\right)(-1-x_0) = \log(x_0+1) - \frac{x_0}{2}$$

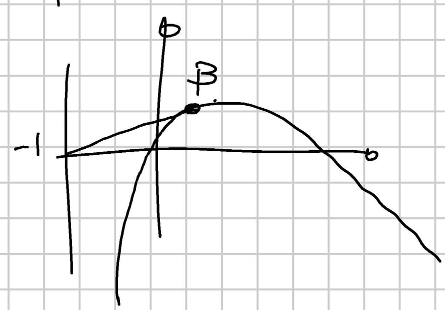
$$\iff \quad -\frac{2-1-x_0}{\cancel{(1+x_0)}\,2} \cdot \cancel{(1+x_0)} = \log(x_0+1) - \frac{x_0}{2}$$

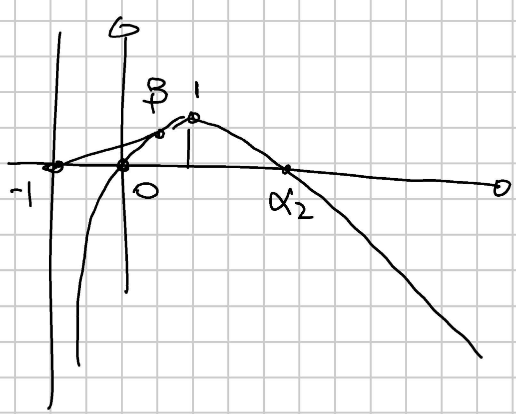
$$\iff \quad x_0 - \frac{1}{2} = \log(1+x_0)$$



$\Rightarrow$ Esiste un punto β tale che

$\Phi(\beta) = -1$, $\quad \Phi(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$





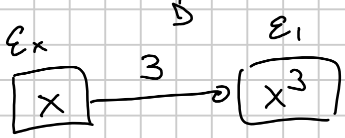
- Se $x_0 \in (-1, 0]$, il metodo converge per il teo. di conv. su intervalli
- Se $x_0 \in (0, \beta)$, $x_1 \in (-1, 0)$ e il metodo converge
- Se $x_0 \in (\beta, 1)$, $x_1 < -1$ e il metodo non è applicabile
- Se $x_0 = 1$, $f'(x_0) = 0$ e il metodo non è applicabile
- Se $x_0 \in (1, \alpha_2)$, $x_1 \in (\alpha_2, \infty)$

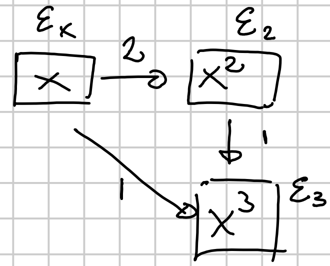
e il metodo converge

- se $x_0 \in (\alpha, \infty)$, il metodo converge per il teo. di conv. su intervalli.

$f(x) = x^3$ $\boxed{x\text{^}3}$ $\boxed{(x*x)*x}$

pow$(x,3)$



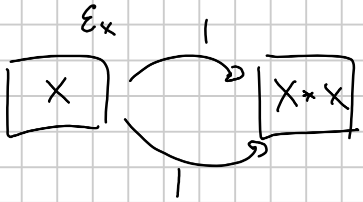


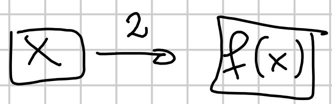
$\varepsilon_m = 3\,\varepsilon_x + \boxed{\varepsilon_1}$

$|\varepsilon_{alg}| \leq u$

$\varepsilon_m = (2+1)\,\varepsilon_x + \boxed{\varepsilon_2 + \varepsilon_3}$

$|\varepsilon_{alg}| \leq 2u$





$f: y \mapsto y^2$

Def. 1: alg. stabile se $\varepsilon_{alg} \sim \varepsilon_{in} + u$

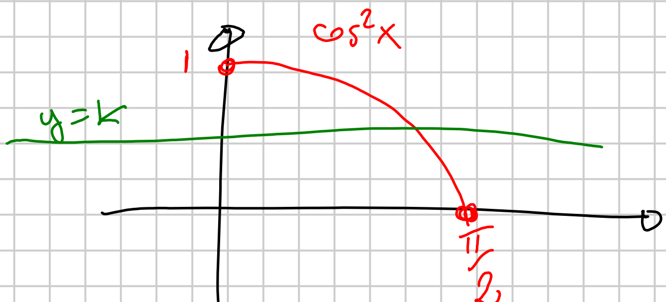
contesto

stesso ordine di grandezza

Def. 2 alg stabile se ε_{alg} è limitato

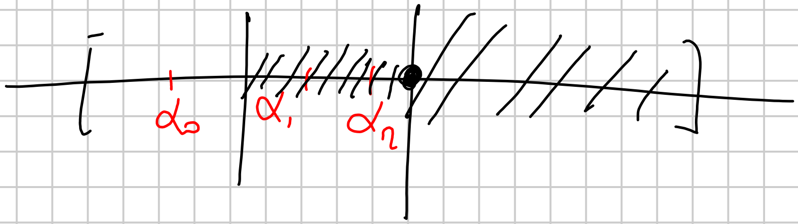
Però, se ε_{in} è grande, comunque la risposta è che il mio calcolo sarà inaccurato.

$\cos^2(x) = K \iff$ intersezioni tra $y = \cos^2(x)$ e $y = k$



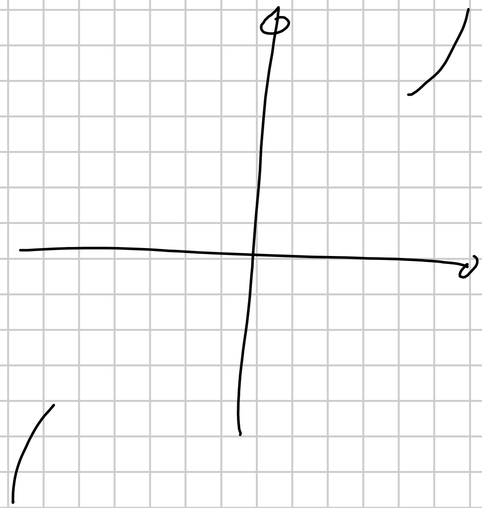
Esiste 1 intersezione in $[0, \pi/2]$ se $K \in [0,1]$, altrimenti nessuna.

Metodo di bisezione:



$$f(x) = \left(x+\frac{1}{3}\right)\underbrace{\left(3x^3-9x^2+9x-3\right)}_{\alpha_2=1,\ \text{molteplicità } 3.}$$

$\alpha_1 = -\frac{1}{3}$



$$3(x^3-1) - 9x(x-1) \qquad \boxed{x=1 \text{ è soluzione}}$$

$$(x-1)\left(3(x^2+x+1) - 9x\right)$$

$$= (x-1)(3x^2-6x+3) = 3(x-1)(x^2-2x+1) = 3(x-1)^3$$