

Lezione n.12
IL MODELLO DI KLEINBERG
SYMPHONY
24/4/2009

Materiale fornito a lezione

SMALL WORLD NETWORKS

- Esperimento di Milgram: evidenza in modo empirico il fenomeno "small world" in una rete sociale
- small world = esistono delle "catene di conoscenze" di lunghezza limitata che connettono una qualsiasi coppia di persone sconosciute
- Six Degree of Separation
- Caratterizzazione del fenomeno:
 - Esperimento di Milgram
 - modello di [Watts-Strogatz](#)
 - modello di [Kleinberg](#)

MODELLO DI WATTS STROGATZ

- definisce di una rete regolare
 - griglia
 - anello con collegamenti con i nodi a distanza minore o uguale a k .
- "sovrappone" a questa struttura regolare un insieme limitato di collegamenti generati in modo casuale
- pochi link generati in modo casuale in un grafo clusterizzato producono dei cammini "corti" in media paragonabili a quelli di un grafo random
- la struttura regolare definisce un buon grado di clusterizzazione
- i collegamenti casuali garantiscono la proprietà di "small world"

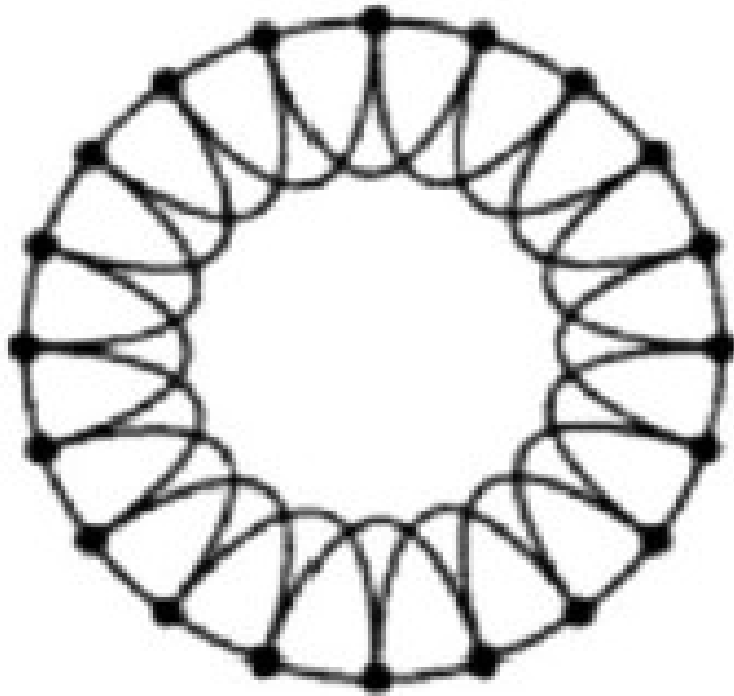
GRAFI REGOLARI: LUNGHEZZA MEDIA DEI CAMMINI

- In media un nodo si trova a distanza pari a metà dell'anello $n/2$
- Ad ogni passo, in una direzione, posso fare $k/2$ hops perchè ho a disposizione k vicini
- Lunghezza media dei cammini $\cong n/k \gg 1$

GRAFI REGOLARI VS. GRAFI RANDOM

- **Grafi Regolari**: alto coefficiente di clusterizzazione, alto diametro

Regular



$N=20$

$K= 4$ (ogni nodo ha 4 vicini)

- **Alto Coefficiente di Clusterizzazione**

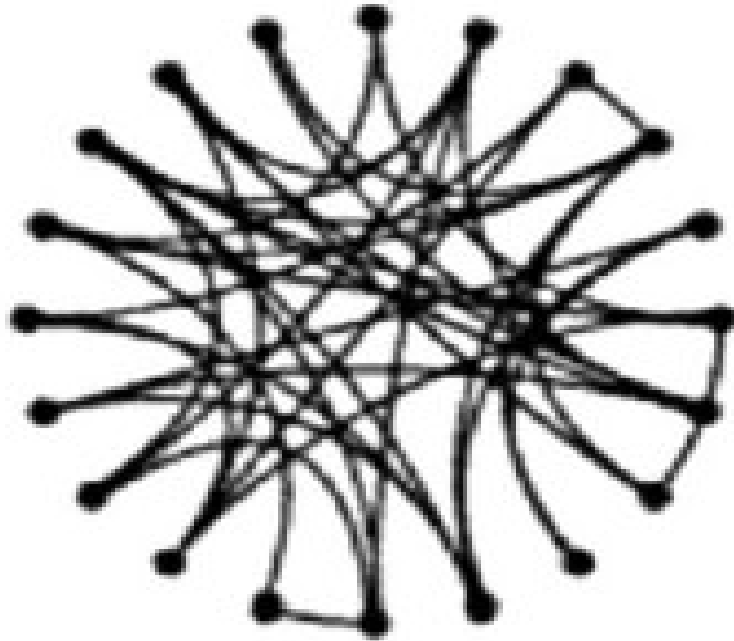
$$C = 3/6 = \frac{1}{2}$$

- **Alto Diametro**

$$L \sim N/k$$

GRAFI REGOLARI VS: GRAFI RANDOM

Random

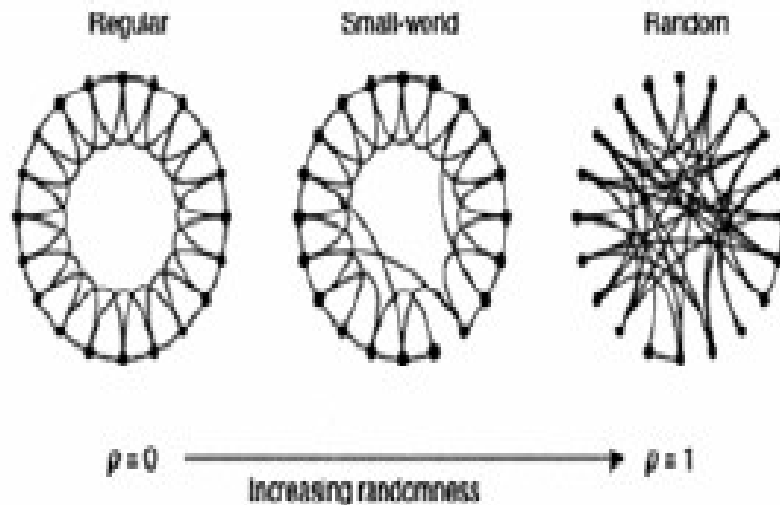


- Basso Coefficiente di Clusterizzazione
 $C \sim k/n$
- Basso Diametro
 $L \sim \log N$

MODELLO DI WATTS STROGATZ

Una rete generata secondo il modello di Watts Strogatz unisce le proprietà dei grafi regolari e di quelli random

- alto coefficiente di clusterizzazione
- bassa lunghezza dei cammini (small world)



If $n \gg k \gg \ln n \gg 1$ then

- for $p \approx 0$:
 $l \sim n/2k$ and $C \sim 3/4$
Ordered lattice
- for $p \approx 1$:
 $l \sim \ln n / \ln k$ and $C \sim k/n$
Random Network
- for $0.001 \leq p \leq 0.01$:
 $l \sim \ln n / \ln k$ and $C \sim 3/4$
This is a **small world network**

SMALL WORLD: ROUTING

- Caratteristiche rilevate empiricamente dall'esperimento di Milgram
- esistono cammini di lunghezza limitata che connettono una qualsiasi coppia di individui
- gli individui sono in grado di **scoprire** questi cammini mediante una **conoscenza parziale (locale)** della rete
- perchè una qualsiasi coppia di individui è in grado di individuare in modo decentralizzato la catena limitata di conoscenza che li connettono?
- Quali caratteristiche della rete garantiscono l'esistenza di tale algoritmo di routing decentralizzato?

SMALL WORLD: ROUTING

Algoritmo di routing eseguito da ogni individuo:

- supponiamo che l'individuo sia posizionato nel vertice v di posizione $Pos(v)$ all'interno di una griglia in uno spazio d -dimensionale $Pos(v) = (x_1, x_2, \dots, x_d)$ dove tutti gli x_i sono interi. $x_i(v)$ è la posizione di v nella dimensione i .
- ogni individuo conosce la propria posizione, quella delle conoscenze dirette e quella del destinatario t (routing distribuito)
- il messaggio (la lettera) viene consegnata al conoscente w che è più vicino al destinatario. La misura della distanza $d_M(w,t)$ è la somma delle differenze in valore assoluto
$$|x_i(w) - x_i(t)|$$
 (Manhattan Distance).
- Gli individui sono in grado di utilizzare un routing distribuito per instradare il messaggio verso la destinazione

SMALL WORLD: ROUTING

- L'esperimento di Milgram suggerisce che la rete "incorpori" una conoscenza che consente di "guidare" il messaggio dalla sorgente alla destinazione, utilizzando ad ogni passo un insieme di conoscenze limitate.
- Milgram "Il messaggio si avvicina dal Nebraska al Massachusetts in modo progressivo. Ogni volta che una persona si aggiunge alla catena, il messaggio si avvicina (geograficamente) al target".

Critica di Kleinberg al modello di Watts Strogatz

- garantisce la presenza di cammini brevi tra coppie di nodi, ma non garantisce l'esistenza di un algoritmo di routing decentralizzato che individui tali cammini
- la rete generata da Watts Strogatz non "incorpora" la conoscenza necessaria per definire il routing decentralizzato

IL MODELLO DI KLEINBERG

- Reti con basso diametro
- Alto livello di clusterizzazione
- I contatti remoti vengono stabiliti tenendo conto della *geometria della rete*
- E' possibile definire un *algoritmo di routing decentralizzato*
- Utilizzato come modello base per la definizione degli overlay P2P
 - Symphony
 - SWOP
 - Freenet
 - Viceroy

IL MODELLO DI KLEINBERG

- considera un insieme di nodi corrispondenti ai punti di una griglia k dimensionale ad esempio: $k=2$ considera una griglia $n \times n$, che contiene i punti $\{(i,j) : i \in \{1,2,\dots,n\}, j \in \{1,2,\dots,n\}\}$

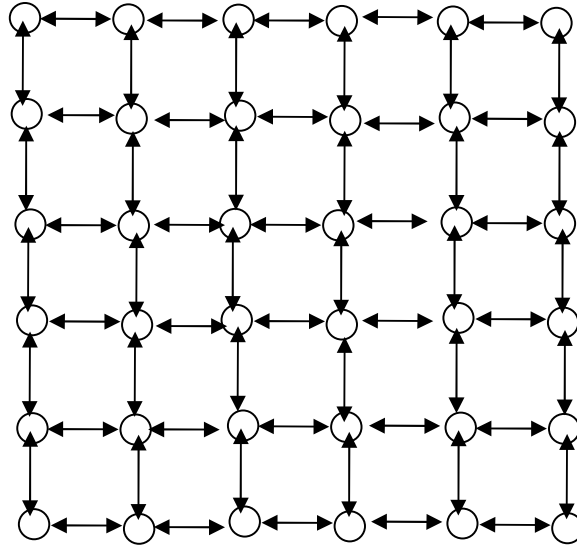
- $d((i,j), (k,l)) =$ distanza tra i nodi (i,j) e (k,l) : $d((i,j), (k,l)) = |k-i| + |l-j|$

- **Contatti locali:** data una costante $p \geq 1$, per ogni nodo u si definiscono archi diretti da u verso qualsiasi nodo che si trova entro una distanza p .

- **Contatti Remoti:** data una costante $q \geq 0$, per ogni nodo u si definiscono q archi diretti da u verso altri nodi. Si scelgono questi contatti remoti in modo tale che la probabilità di definire un contatto remoto il cui target è il nodo v distante $d(u,v)$ da u sia

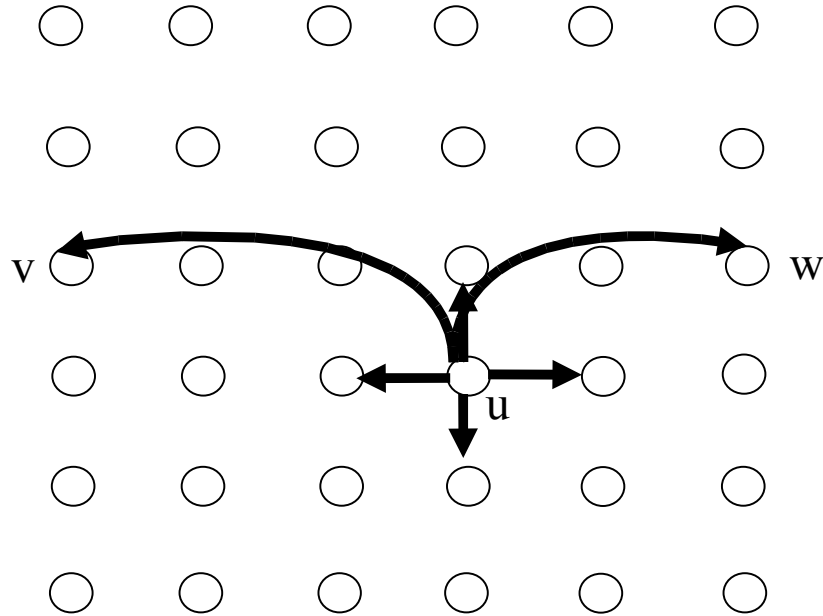
$$\left[\frac{1}{d(u,v)^2} \right]$$

IL MODELLO DI KLEINBERG



Una griglia bidimensionale, $n=6$, $p=1$, $q=0$

IL MODELLO DI KLEINBERG



Una griglia bidimensionale, $p=1$, $q=2$, contatti del nodo u ,

IL MODELLO GENERALE DI KLEINBERG

Nel caso generale:

- si parte con una griglia a d dimensioni
- sia $d_M(v,w)$ la distanza tra due nodi della rete. Tra due vertici v e w viene aggiunto un **arco remoto** con probabilità

$$P(v, w) \sim d_M(v, w)^{-\alpha}$$

Risultato fondamentale di Kleinberg:

Se si considera una griglia a d dimensioni, l'algoritmo di routing riesce ad costruire "cammini corti", cioè un cammino di **lunghezza polinomiale in $\log n$** tra ogni coppia di vertici se e solo se

$$\alpha = d$$

KLEINBERG: IL ROUTING

Algoritmo di **routing greedy**:

Ad ogni passo, scegliere tra i contatti locali e quelli remoti, il contatto che è più vicino al target, secondo la metrica utilizzata per misurare le distanze sulla griglia

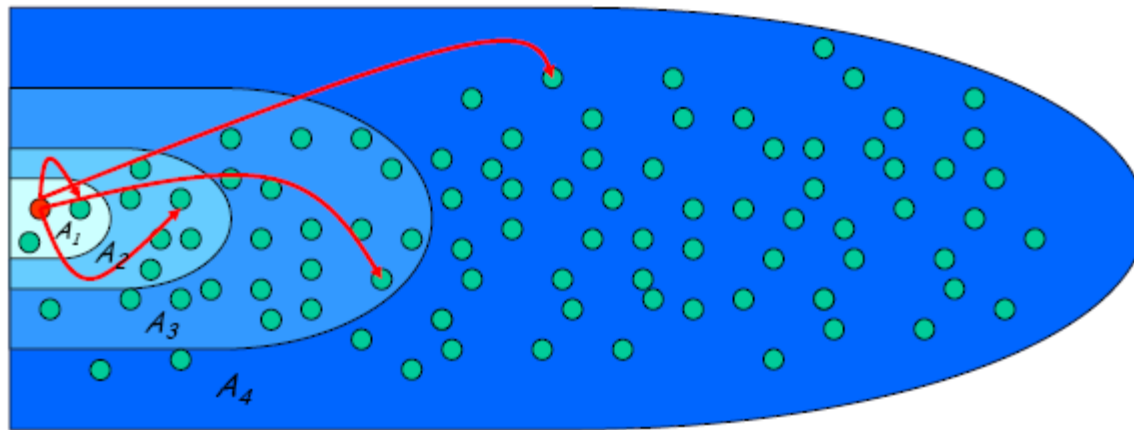
IL MODELLO DI KLEINBERG

Teorema di Kleinberg : sia $d_M(v,w)$ la distanza tra due nodi di una griglia bidimensionale. Se, tra due vertici v e w viene aggiunto un **arco remoto** con probabilità $1/d(u,v)^\alpha$, allora esiste un algoritmo di routing decentralizzato A ed una costante α_2 , indipendente da n , tali che, quando $\alpha=2, p=1, q=1$ il numero di passi impiegati da A per trasmettere un messaggio tra una qualsiasi coppia di nodi è al più $\alpha_2 (\log n)^2$.

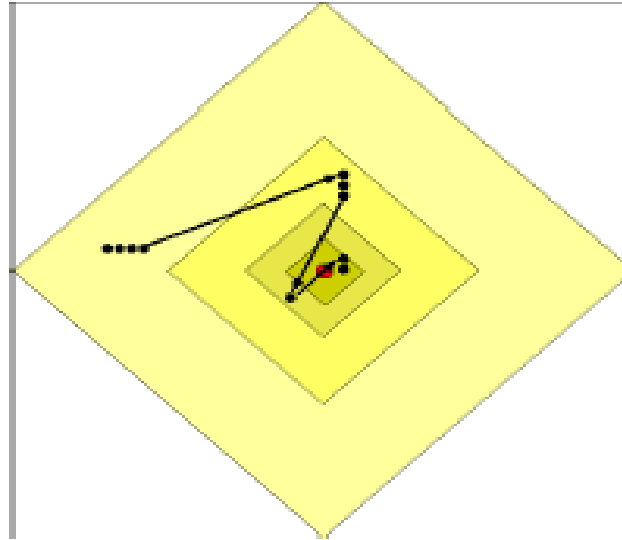
- Modello di **Watts Strogatz**:
 - i contatti remoti sono stabiliti in modo uniforme su tutta la griglia
 - non tengono conto della "geometria della griglia"
 - non si riesce a costruire un algoritmo di routing distribuito
- Modello di **Kleinberg**:
 - la distribuzione dei contatti remoti è uniforme sulle diverse fasce di distanza, non su tutta la griglia
 - si tiene conto della struttura della griglia
 - esiste un algoritmo di routing distribuito

IL MODELLO DI KLEINBERG

- dato un nodo u è possibile partizionare i nodi rimanenti negli insiemi $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{\log n}$, dove A_i include tutti i nodi la cui distanza da u è compresa tra 2^i e 2^{i+1} $i=0.. \log n - 1$
- dato $\alpha = d$, i long range contacts di u sono distribuiti uniformemente sui diversi insiemi A_i
- quando $q = \log n$ ($q =$ numero di long ranges), in media ogni nodo possiede un link verso ognuno degli A_i

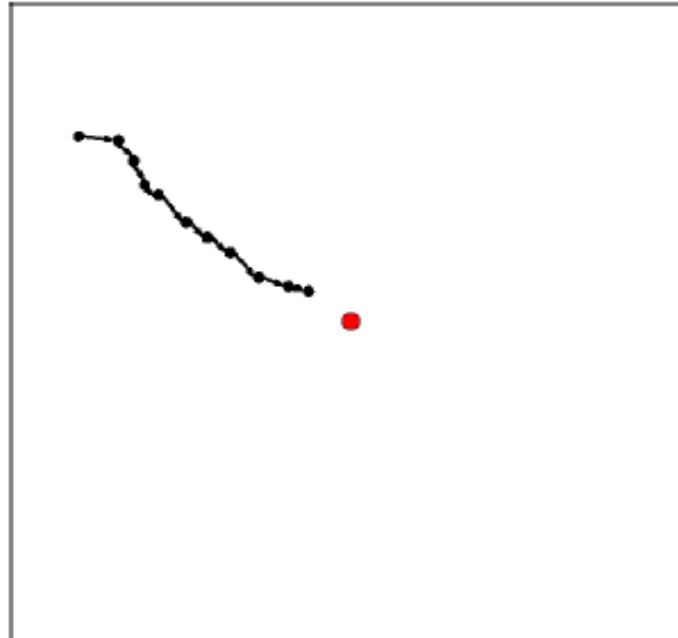


IL MODELLO DI KLEINBERG: $\alpha=2$



- con $\alpha=2$ mi muovo su fasce di distanze crescenti, avvicinandomi ad ogni passo al target
- in ogni fascia faccio un pò di hops sui contatti locali, poi cambio fascia

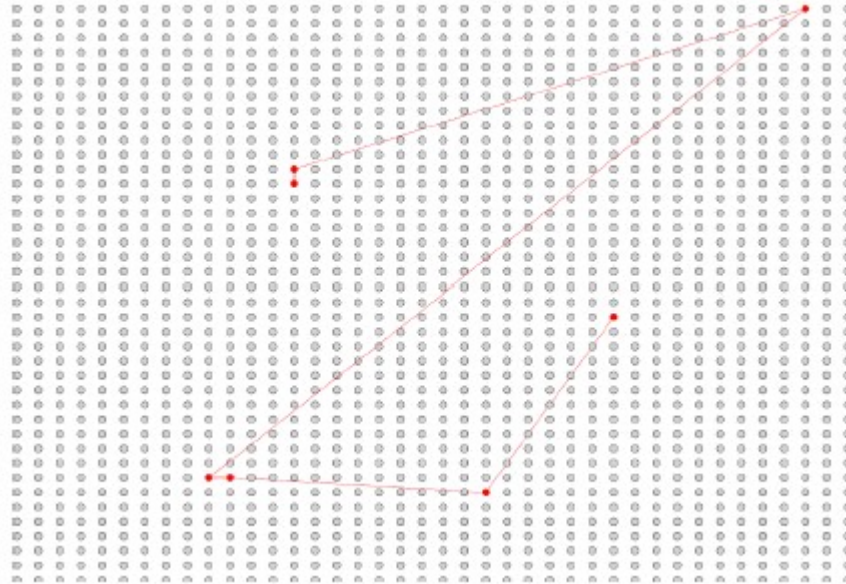
IL MODELLO DI KLEINBERG: $\alpha > 2$



Quando $\alpha > 2$

- si tende ad avere contatti remoti con **nodi abbastanza vicini**
- il target viene individuato velocemente se si trova nelle vicinanze
- se il target è distante, ad ogni passo non si progredisce abbastanza e non si riesce a raggiungere il target in $\log(n)$ passi

IL MODELLO DI KLEINBERG: $\alpha=1$



- $\alpha=1$ i contatti portano a grande distanza
- i cammini brevi esistono, ma non si riescono a trovare

IL MODELLO DI KLEINBERG

Se $\alpha=1$

- si tende a scegliere nodi **molto distanti** come target dei long range links
- l'algoritmo si avvicina al target mediante un contatto remoto, quindi 'rallenta troppo' passando sui contatti locali per l'individuazione del target
- non riesco a definire un algoritmo decentralizzato che, contando solo su informazione locale, riesca a decidere qual è il prossimo passo verso la destinazione

IL MODELLO DI KLEINBERG

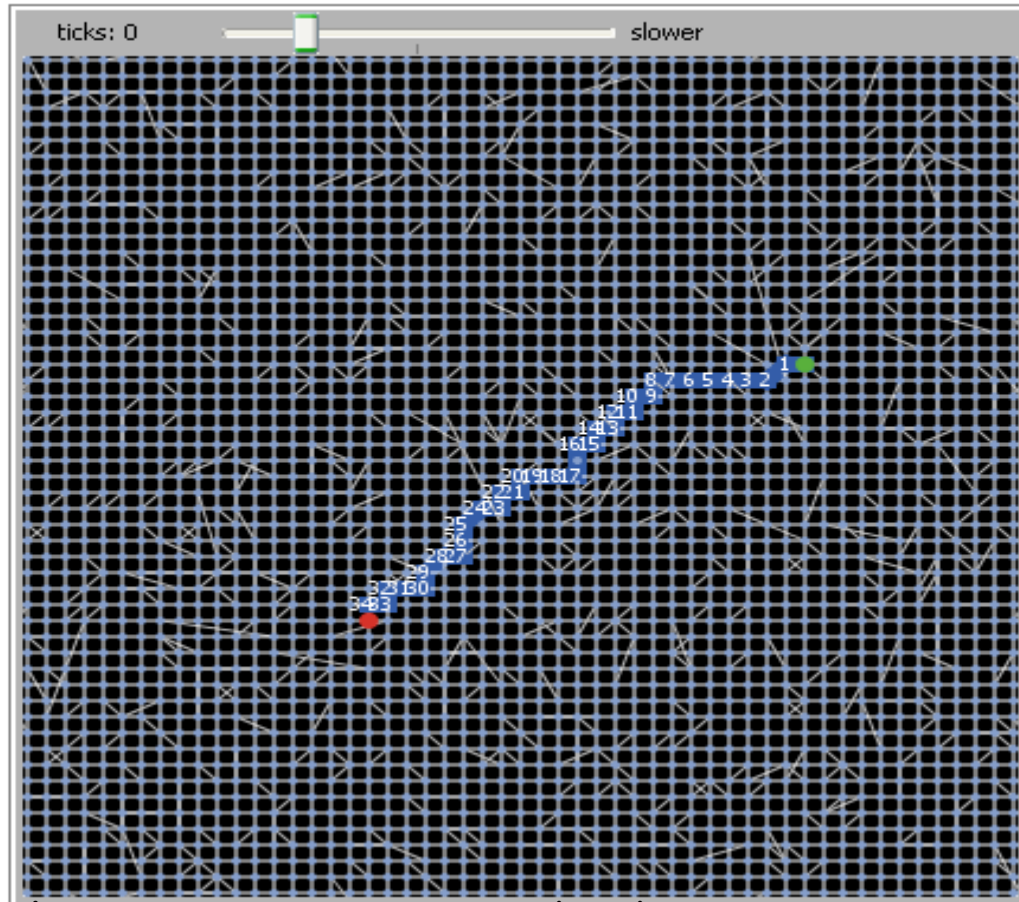
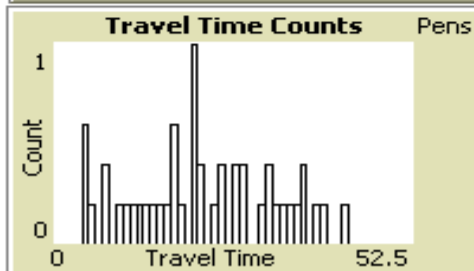
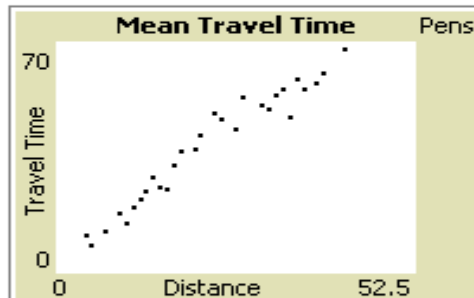
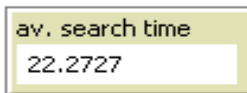
Una demo molto interessante del funzionamento del routing su una rete 'alla Kleinberg' si trova al seguente sito

<http://projects.si.umich.edu/netlearn/NetLogo4/SmallWorldSearch.html>

- il valore di r controlla il rapporto tra short e long range links (NOTA BENE: non corrisponde esattamente al valore di α del teorema di Kleinberg!!!)
- Per il valore di r selezionato, viene visualizzata la rete risultante, per una griglia $\approx 60 * 60$
- con il pulsante **GO** si attiva un processo che genera ripetutamente coppie di nodi sulla griglia e mostra il cammino tra i due nodi generato secondo un routing 'alla Kleinberg'
- per ogni coppia di nodi viene mostrato t , il numero di hops richiesti dal routing per quella coppia di nodi
- **average search time**: viene mostrato il numero medio di hops richiesti dal routing per quella configurazione della rete
- **Osservazione**: il minimo average search time non corrisponde ad $r=0$ (massimo numero di long range links)

R=5, POCHI LINKS REMOTI

Search in a Small World (Kleinberg's model)



$r = 5$, pochi links remoti, tempo medio di ricerca = 22.27

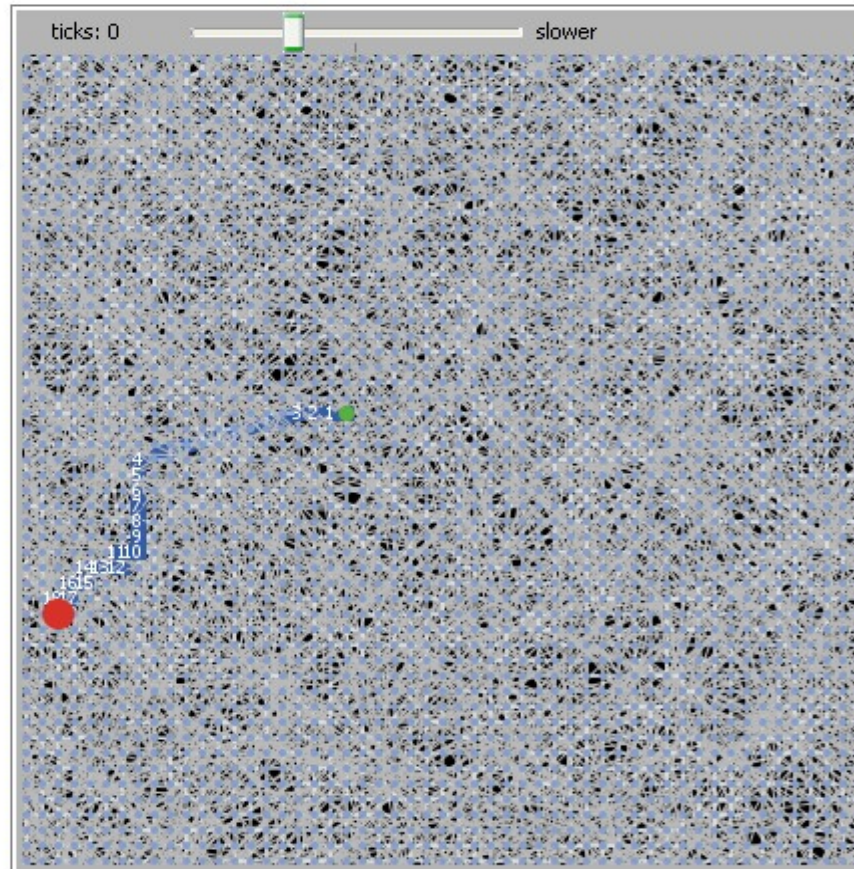
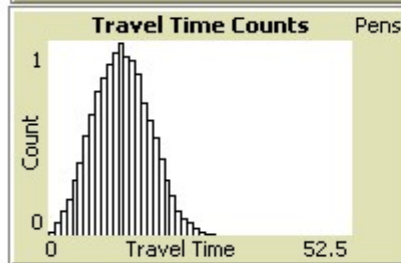
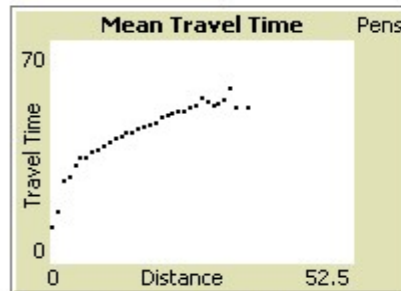
R=0, MASSIMO NUMERO DI LINKS REMOTI

Search in a Small World (Kleinberg's model)

Control panel for the simulation:

- Buttons: setup, go, go once
- Slider: r (0.00)
- Input field: t (19)

av. search time
13.1545



$R=0$, massimo numero di molti links remoti, tempo medio di ricerca = 13.14

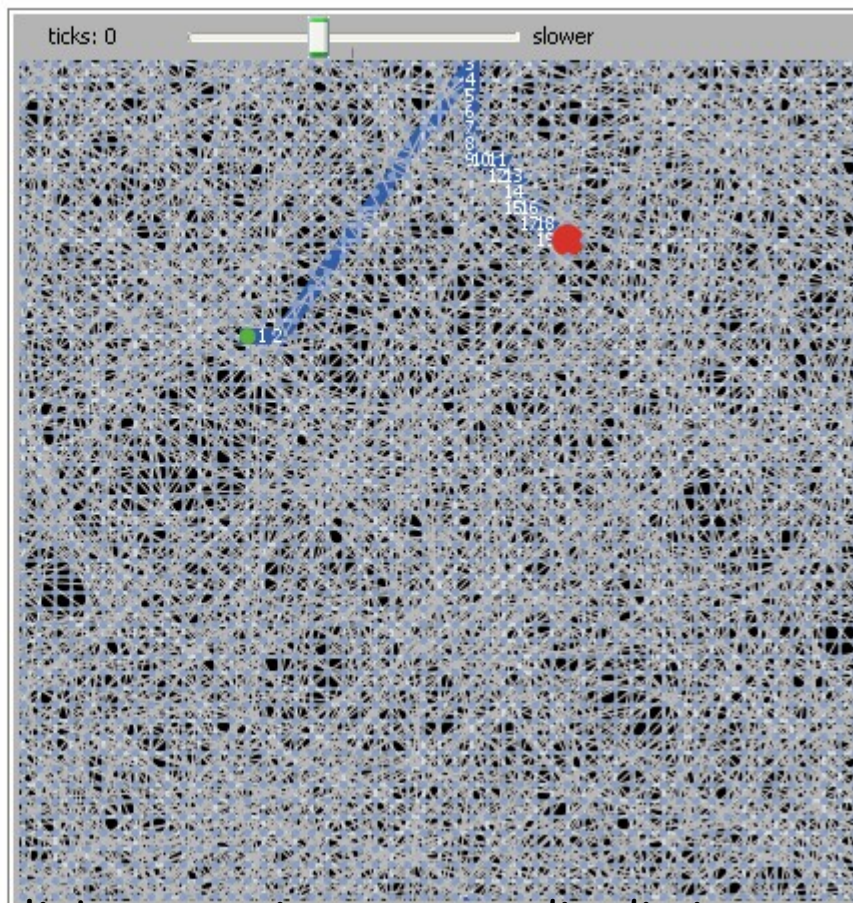
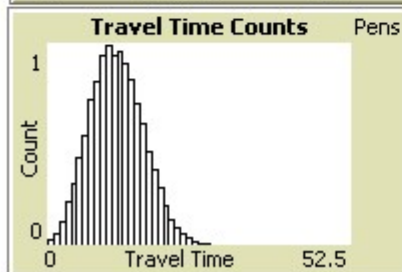
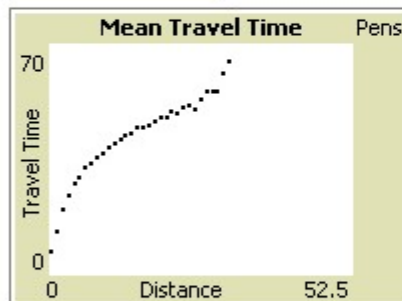
R=1, NUMERO INTERMEDIO DI LINKS REMOTI

Search in a Small World (Kleinberg's model)

setup go go once

r 1.07 t 20

av. search time
12.4479



$r=1$, numero intermedio links remoti, tempo medio di ricerca =12.44

IL MODELLO DI KLEINBERG: CONCLUSIONI

- Rispetto a Watts Strogatz
 - Le reti Small World costruite mediante il procedimento di Watts e Strogatz non consentono di definire un algoritmo effettivo ed efficiente di routing
- Rispetto ad altri overlay P2P
 - per $q = \log(n)$, $\alpha = 1$ si ottiene un overlay simile a Chord, ma con scelta casuale dei links
 - capace di descrivere anche reti non strutturate come Gnutella.

IL MODELLO DI KLEINBERG: APPLICAZIONI P2P

- Il modello è stato utilizzato per la definizione di reti P2P
 - Symphony
 - Small World Overlay Protocol (SWOP)
 - Viceroy

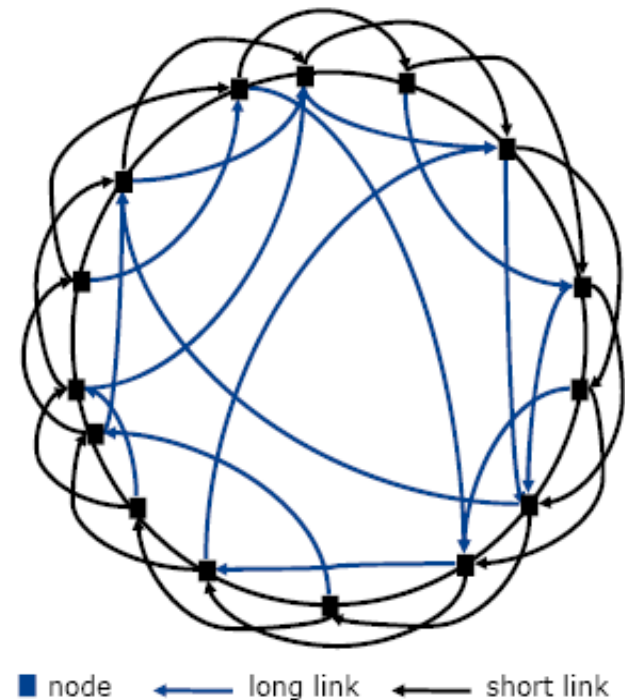
- Freenet: alcuni risultati sperimentali hanno dimostrato che, per un carico medio/basso della rete (in termini di numeri di files condivisi), il sistema evolve autonomamente in una rete **small world**

SYMPHONY: UN OVERLAY SMALL WORLD

- Symphony: Distributed Hashing in A Small World, Manku, Bawa, Raghavan (Stanford)
- struttura di base analoga a Chord: gli identificatori sono associati, mediante funzione hash, a nodi e ad informazioni. Gli identificatori sono assegnati nell'intervallo $[0,1]$, nell'**anello unitario**
- i nodi vengono inseriti logicamente su un anello di lunghezza unitario, in base al loro identificatore
- **segment of responsibility** : ogni nodo è responsabile di tutti quelle informazioni con identificatore **maggiori o uguale** al proprio identificatore e minore o uguale all'identificatore del nodo successivo, in senso orario

SYMPHONY: UN OVERLAY SMALL WORLD

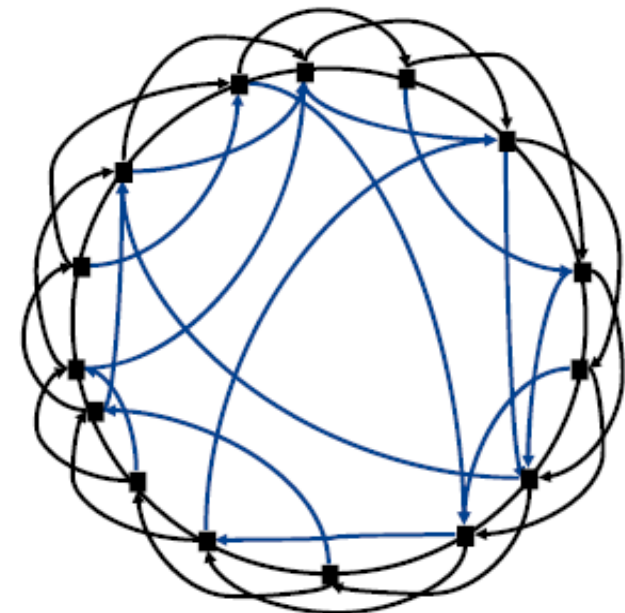
- i nodi e le chiavi sono mappati sull'anello unitario
- un nuovo nodo che si unisce alla rete sceglie una posizione seguendo una distribuzione random
- ogni nodo ID gestisce tutti gli identificatori mappati nel segmento dell'anello tra **ID** e **succ(ID)**
- ogni nodo **n** stabilisce
 - un collegamento con il suo **predecessore** e con il **successore** ed eventualmente alcuni altri collegamenti con i vicini
 - **k** ($k \geq 1$) long distance links



SYMPHONY: UN OVERLAY SMALL WORLD

Un nodo n stabilisce un **long range link** nel seguente modo

- estrae un numero **random x** seguendo una **distribuzione armonica** di probabilità
- individua il punto y distante x (in senso orario) rispetto a se stesso
- contatta il gestore di y
- cerca di stabilire un long range link con y



■ node ← long link ← short link

SYMPHONY: UN OVERLAY SMALL WORLD

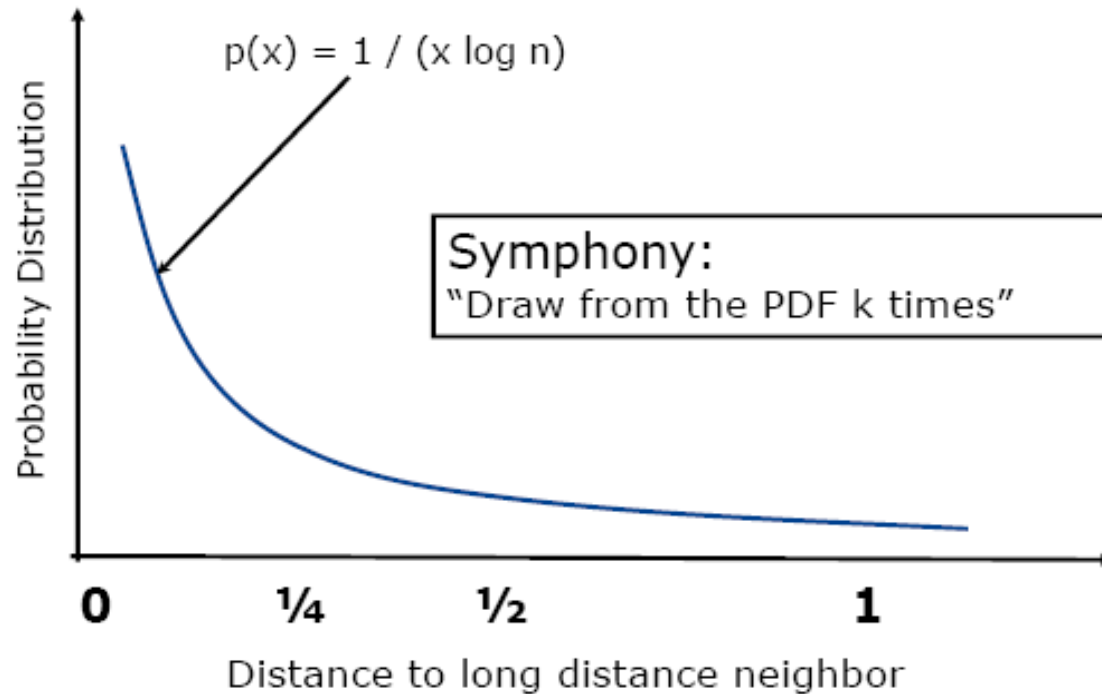
La distribuzione di probabilità utilizzata è la seguente:

$$p_n(x) = 1/(x \log n)$$

dove

- n è il numero totale di nodi presenti sull'anello
- $x \in [1/n, 1]$ è la **distanza sull'anello** del target dal nodo sorgente del long range link
- il nome Symphony deriva dalla **distribuzione armonica**
- la distribuzione armonica
 - favorisce i link verso punti molto distanti se il sistema contiene pochi nodi
 - mano a mano che il sistema cresce favorisce long links verso nodi più vicini

SYMPHONY: UNOVERLAY SMALL WORLD



SYMPHONY: UNA OVERLAY SMALL WORLD

Implementazione per stabilire il target di un long range link

- si parte dalla distribuzione uniforme e si estrae un numero casuale y compreso tra 0 ed 1
- si individua il valore x per cui l'integrale della funzione distribuzione calcolato tra $1/n$ ed x vale y
- la formula risultante è la seguente

$$x = \exp(\log(n) * (y - 1.0))$$

SYMPHONY: UN OVERLAY SMALL WORLD

- Algoritmo di routing greedy (alla Kleinberg):
quando un nodo n ricerca una chiave $H \in I$, n invia la chiave lungo il link (short o long range) che **minimizza la distanza**, calcolata in senso orario, con H
- Teorema:
Il numero medio di nodi che devono essere contattati prima di raggiungere il nodo che gestisce H è, per una rete con n nodi e con k long range links
$$O(1/K \log^2 n)$$
- Se $k = \log n$ il routing richiede $O(\log n)$ hops
- Il risultato è valido solo se la distribuzione di probabilità è armonica. Se, ad esempio, si sceglie una distribuzione uniforme l'ordine di complessità va come la radice di n .

SYMPHONY: UN OVERLAY SMALL WORLD

- E' possibile stabilire un limite superiore K per il numero di connessioni aperte da ogni nodo
- K non è fissato dal protocollo, può essere stabilito al momento della configurazione del sistema
- Un nodo scelto come target di un long range link, può rifiutare la connessione, se ha già superato il limite di K connessioni aperte
- In questo caso, il nodo che ha richiesto la connessione (quello che ha tentato di stabilire il long range link) , determina un nuovo valore di x , applicando la distribuzione armonica
- Symphony controlla anche che non vengano stabiliti links multipli tra la stessa coppia di nodi

SYMPHONY: UN OVERLAY SMALL WORLD

- **Stima del numero di nodi presenti sulla rete:** per valutare la distribuzione di probabilità, è necessario che ogni nodo conosca il numero totale di nodi sull'anello Symphony
- La stima esatta del **numero n di nodi pesenti sull'anello** può essere complessa specie nel caso di frequenti inserzioni/eliminazioni di nodi
- Definizione di **un'euristica** basata sulla seguente osservazione:
 - si considerino **s nodi distinti** sull'anello $s \ll n$.
 - se X_s rappresenta la somma delle lunghezze dei segmenti dell'anello Symphony gestiti dagli **s nodi**, allora è possibile approssimare il numero di nodi presenti su quell'anello con il valore come $n \cong s/X_s$

SYMPHONY: UN OVERLAY SMALL WORLD

- Idea: se la scelta degli identificatori Symphony è uniforme sull'anello, ogni nodo gestisce approssimativamente un segmento di lunghezza $1/n$.
- Consideriamo s nodi:
 - se la distribuzione è uniforme ogni nodo gestisce un segmento della stessa lunghezza
 - possiamo allora impostare la proporzione
$$s : Xs = n : 1$$
dove 1 è la lunghezza totale dell'anello Symphony
 - Ricavando n si ottiene
$$n = s / Xs$$
- In pratica $s=3$. Ogni nodo deve conoscere la lunghezza del segmento che esso gestisce e la lunghezza dei segmenti gestiti dai suoi vicini

SYMPHONY: UN OVERLAY SMALL WORLD

Inserimento di un nuovo nodo n nell'anello:

- scelta (funzione hash) dell'identificatore id di n nell'intervallo $[0,1]$
- stabilire un contatto con un **nodo di bootstrap** B di indirizzo noto
- individuazione del nodo che gestisce id , mediante **routing greedy**
- connessione ai vicini sull'anello (**contatti locali**)
- Stima, **mediante l'euristica**, del numero di nodi presenti sull'anello Symphony
- connessione con k **nodi** scelti in modo casuale (**contatti remoti**)
 - si sceglie un valore $x \in [0,1]$ con distribuzione di probabilità
$$P(X == x) = 1/(x * \log n)$$
dove n è il numero di nodi della rete
 - si tenta di stabilire un collegamento remoto con il nodo che gestisce il punto distante x
- i long range links vengono aggiornati periodicamente per tener conto delle entrate/uscite dall'anello Symphony

SYMPHONY: UN OVERLAY SMALL WORLD

Uscita volontaria di un nodo n dall'anello:

- eliminazione di tutti long range links
- notifica a tutti i nodi y per cui n è target di un long range link, dell'uscita di n dall'anello
- ogni y deve individuare un nuovo target per il suo long range link
- i vicini di n aggiornano i propri short range links
- i vicini di n eseguono di nuovo l'euristica per l'individuazione del numero di nodi sulla rete

SYMPHONY: UN OVERLAY SMALL WORLD

- Due nodi collegati da un long range link si scambiano periodicamente dei messaggi di keep alive
- **Look ahead:** insieme ai messaggi di keep alive, ogni nodo invia il riferimento ai propri long range links
- In questo modo, ogni nodo mantiene una lista dei vicini dei suoi vicini
- Questa lista può essere utilizzata per migliorare la scelta del vicino a cui inviare una query
- Esempio: se ho due vicini e possiedo la lista dei vicini dei miei vicini, invio la query al vicino nella cui lista compare il vicino più prossimo alla destinazione della query

SYMPHONY: CONCLUSIONI

- **Algoritmo di routing greedy** (alla Kleinberg): ogni richiesta viene instradata verso il nodo che gestisce il segmento "più vicino" alla chiave contenuta nella richiesta
- **Teorema:** il numero medio di passi effettuati dall'algoritmo di routing di Symphony con $k = O(1)$ connessioni remote stabilite da ogni nodo è inversamente proporzionale a k e proporzionale a $(\log n)^2$

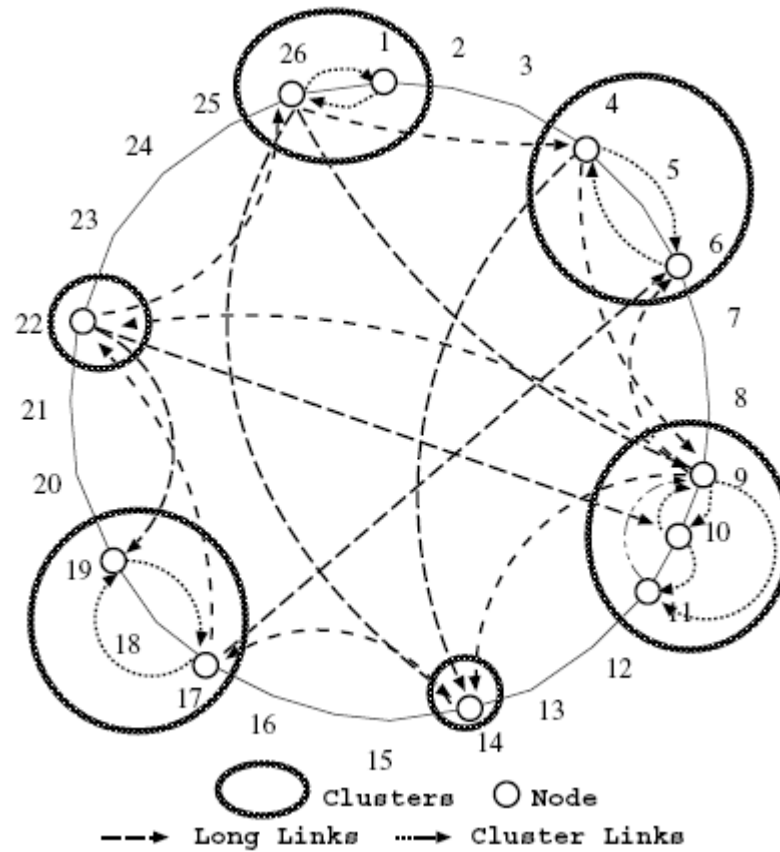
SWOP: SMALL WORLD OVERLAY

- SWOP: Small World Overlay P2P Network (Hui, Lui, Yau)
- Obiettivi principali:
 - Routing efficiente
 - Possibilità di accedere in modo efficiente ad informazioni molto richieste anche in situazioni critiche
- Basato sulla definizione di un anello di identificatori
- I nodi sull'anello possono organizzarsi in clusters
- Clusters diversi sono collegati da long range links
- La ricerca all'interno di uno stesso cluster risulta più efficiente

SWOP: SMALL WORLD OVERLAY

- Nodi SWOP: head nodes, inner nodes
- Esiste un unico head node per ogni cluster,
- Ogni head node possiede k long range links e un insieme di cluster links verso tutti i nodi all'interno del proprio cluster
- Un inner node contiene un cluster link verso l'head node del proprio cluster ed alcuni cluster links verso altri nodi del cluster
- Link SWOP: long range links, cluster links
 - Long range links: connettono nodi di cluster diversi
 - Cluster links: connettono nodi dello stesso cluster

SWOP: SMALL WORLD OVERLAY



SWOP: SMALL WORLD OVERLAY

Join Cluster Protocol. Quando un nodo n si inserisce in un sistema SWOP

- sceglie un identificatore, mediante la solita procedura
- calcola la distanza con i suoi nodi successore e predecessore
- se le distanze superano una certa soglia, n forma un nuovo cluster
- se le distanza con il nodo predecessore/successore è inferiore al valore soglia, e se la dimensione del cluster del predecessore/successore è pure inferiore ad un valore soglia, n si unisce al cluster del predecessore/successore, altrimenti crea un nuovo cluster
- n decide se diventare l'head node del cluster. In questo caso crea un inner link verso tutti gli altri nodi del cluster ed i long range links

SWOP: SMALL WORLD OVERLAY

- I long range links vengono stabiliti considerando una distribuzione di probabilità simile a quella di Symphony

$$P(X = x) = 1/(x * \log m), x \in [1, m]$$

dove m è il numero di clusters presenti nella rete SWAP

SWOP: ROUTING

Il protocollo di routing prevede due fasi

Fase 1:

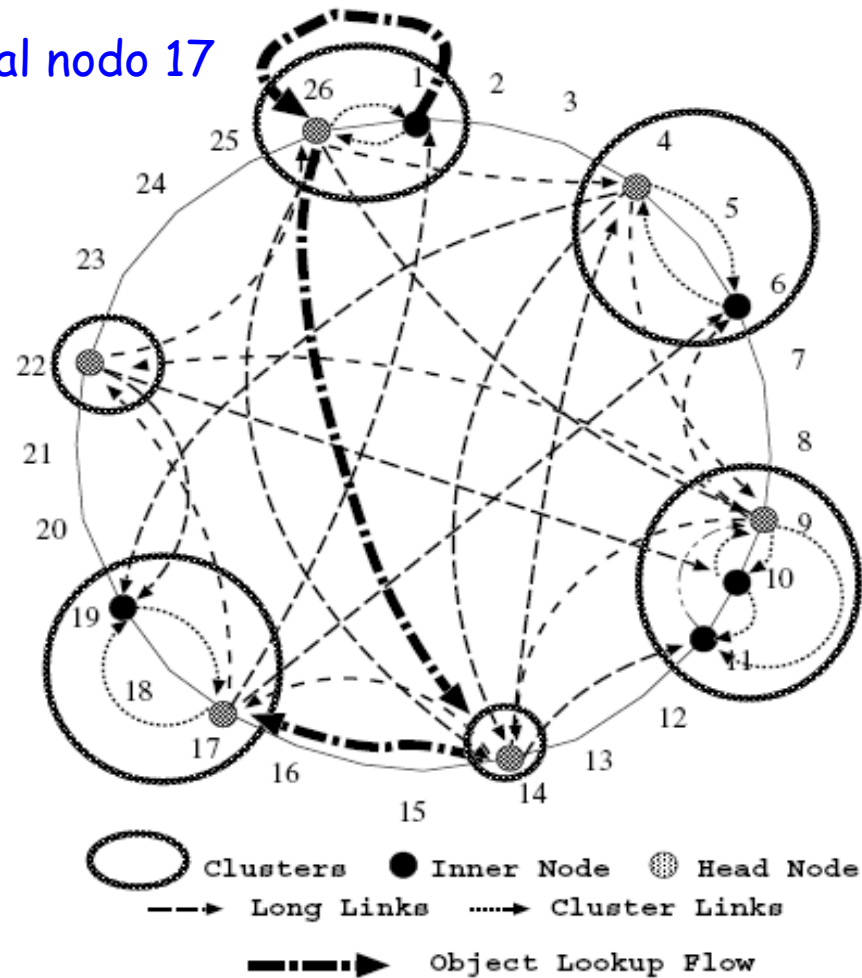
il node che effettua la query chiede agli altri nodi all'interno dello stesso cluster se posseggono il dato ricercato. La ricerca in generale coinvolge il nodo header del cluster

Fase 2:

se la Fase 1 ha dato esito negativo, la query viene propagata all'head node del cluster che la propaga utilizzando il long range link. In questo caso si segue un algoritmo di routing greedy, simile a quello di Symphony

SWOP ROUTING

Il nodo 1 ricerca
la chiave 16, gestita dal nodo 17



SWOP: GESTIONE DI FLASH CROWDS

- **Flash crowd:** un elevato numero di utenti tenta di accedere allo stesso oggetto in un breve intervallo di tempo
- Esempio: crash del server CNN dopo l'11/9
- Soluzione: **replicazione** dell'oggetto all'interno di più clusters
- Quando la quantità di richieste per un oggetto ricevute da un certo nodo supera una soglia, il nodo inizia spontaneamente il **processo di replicazione**
- Il nodo utilizza i suoi long range links per propagare l'oggetto sui cluster collegati mediante tali links
- Routing: se l'oggetto è memorizzato da qualche nodo nello stesso cluster, la ricerca rimane confinata all'interno del cluster
- Altrimenti si utilizza un long range link, secondo l'approccio greedy.
- Il sistema si autoorganizza replicando gli oggetti 'più popolari' mediante i long range links
- I cluster remoti si comportano come cache nei confronti dell'oggetto ricevuto