

Esercizio 4. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \min 12 x_1 + 7 x_2 \\ 8 x_1 + 7 x_2 \geq 52 \\ 6 x_1 + 8 x_2 \geq 41 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

a) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento =	$v_I(P) =$
--------------------------------	------------

b) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo arrotondando la soluzione ottima del rilassamento.

sol. ammissibile =	$v_S(P) =$
--------------------	------------

c) Calcolare un taglio di Gomory.

r =	taglio:
-----	---------

Esercizio 5. Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

città	2	3	4	5
1	14	16	34	18
2		20	35	21
3			22	19
4				17

a) Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 5-albero di costo minimo.

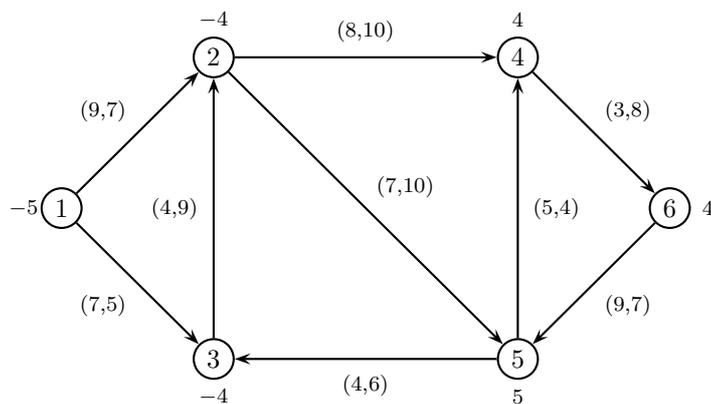
5-albero:	$v_I(P) =$
-----------	------------

b) Trovare una valutazione superiore applicando l'algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 3.

ciclo:	$v_S(P) =$
--------	------------

c) Applicare il metodo del *Branch and Bound*, utilizzando il 5-albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell'ordine, le variabili x_{12} , x_{14} , x_{24} .

Esercizio 6. Completare la seguente tabella considerando il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete (su ogni nodo è indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità).

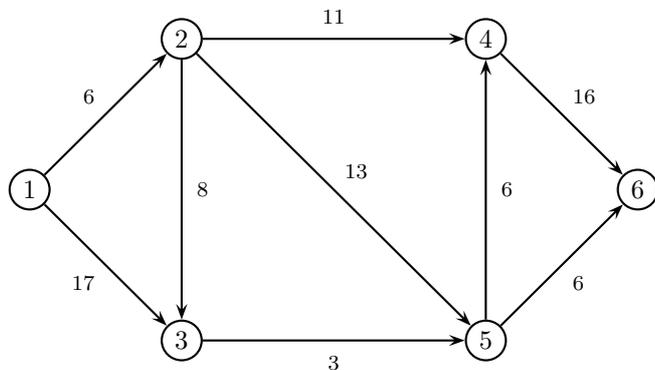


Archi di T	Archi di U	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenera (si/no)
(1,3) (2,4) (3,2) (5,4) (6,5)	(4,6)	$x =$		
(1,2) (2,4) (4,6) (5,3) (5,4)	(1,3)	$\pi = (0,$		

Esercizio 7. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 6.

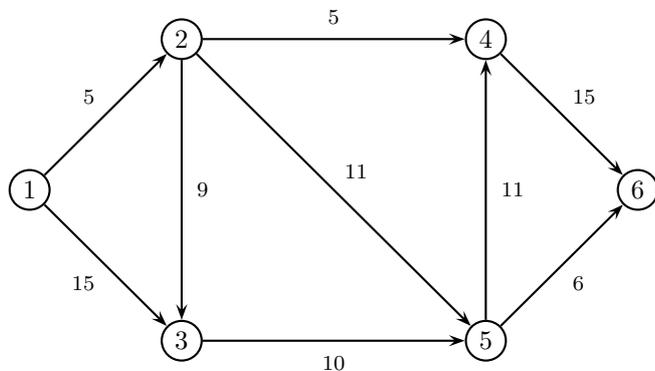
	1° iterazione	2° iterazione
Archi di T	(1,3) (2,4) (2,5) (4,6) (5,3)	
Archi di U	(3,2)	
x		
π		
Arco entrante		
ϑ^+, ϑ^-		
Arco uscente		

Esercizio 8. a) Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.



	iter 1		iter 2		iter 3		iter 4		iter 5		iter 6	
	π	p										
nodo visitato												
nodo 2												
nodo 3												
nodo 4												
nodo 5												
nodo 6												
insieme Q												

b) Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 6 sulla seguente rete.



cammino aumentante	δ	x	v

Taglio di capacità minima: $N_s =$

$N_t =$

SOLUZIONI

Esercizio 1. Variabili decisionali: $x_A =$ litri di vino A prodotti, $x_B =$ litri di vino B prodotti,

Modello:

$$\begin{cases} \max (2.3x_A + 4.09x_B) - (0.6x_A + 1.2x_B) - (0.32x_A + 0.28x_B) - (0.125x_A + 0.1x_B) \\ 0.03x_A + 0.06x_B \leq 700 \\ (0.6x_A + 1.2x_B) + (0.32x_A + 0.28x_B) + (0.125x_A + 0.1x_B) \leq 140000 \end{cases}$$

Esercizio 2.

Base	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenera (si/no)
{5, 6}	$x = (2, -4)$	NO	SI
{3, 5}	$y = (0, 0, 8, 0, 17, 0)$	SI	NO

Esercizio 3.

	Base	x	y	Indice uscente	Rapporti	Indice entrante
1° iterazione	{1, 2}	$(-4, -2)$	$(-\frac{17}{2}, \frac{1}{2}, 0, 0, 0, 0)$	1	8, 4, 12	5
2° iterazione	{2, 5}	$(-2, -4)$	$(0, -8, 0, 0, 17, 0)$	2	4, 2, 4	4

Esercizio 4.

a) sol. ottima del rilassamento = $(0, \frac{52}{7})$ $v_I(P) = 52$

b) sol. ammissibile = $(0, 8)$ $v_S(P) = 56$

c)

$$r = 2 \quad 7x_1 + 6x_2 \geq 45$$

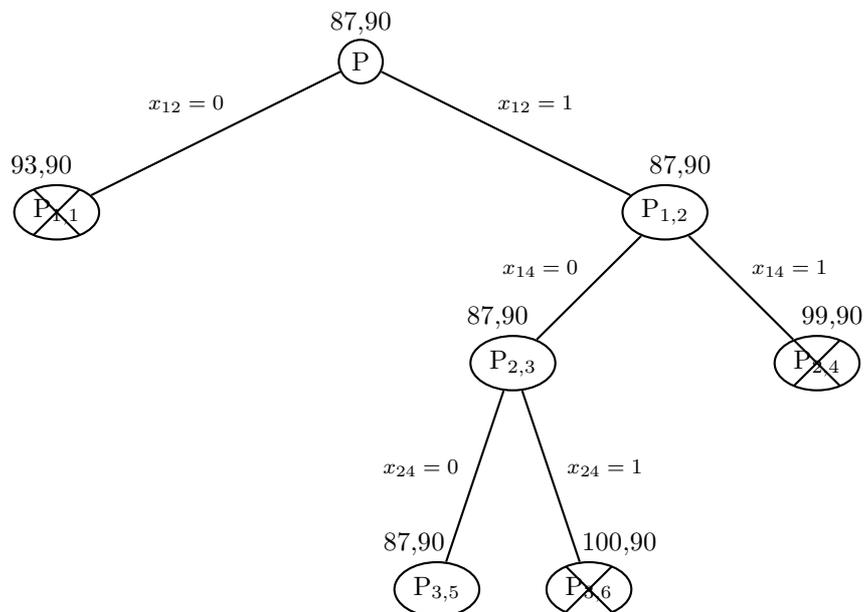
$$r = 4 \quad 7x_1 + 6x_2 \geq 45$$

Esercizio 5.

a) 5-albero: $(1, 2) (1, 3) (1, 5) (3, 4) (4, 5)$ $v_I(P) = 87$

b) ciclo: $3 - 1 - 2 - 5 - 4$ $v_S(P) = 90$

c)



Esercizio 6.

Archi di T	Archi di U	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenera (si/no)
(1,3) (2,4) (3,2) (5,4) (6,5)	(4,6)	$x = (0, 5, 13, 0, 9, 8, 0, -1, 4)$	NO	SI
(1,2) (2,4) (4,6) (5,3) (5,4)	(1,3)	$\pi = (0, 9, 16, 17, 12, 20)$	SI	NO

Esercizio 7.

	1° iterazione	2° iterazione
Archi di T	(1,3) (2,4) (2,5) (4,6) (5,3)	(1,3) (2,4) (2,5) (3,2) (4,6)
Archi di U	(3,2)	
x	(0, 5, 8, 5, 9, 4, 0, 0, 0)	(0, 5, 8, 5, 9, 4, 0, 0, 0)
π	(0, -4, 7, 4, 3, 7)	(0, 11, 7, 19, 18, 22)
Arco entrante	(3,2)	(1,2)
ϑ^+, ϑ^-	$+\infty, 0$	7, 5
Arco uscente	(5,3)	(1,3)

Esercizio 8.

a)

	iter 1		iter 2		iter 3		iter 4		iter 5		iter 6	
	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p
nodo visitato	1		2		3		4		5		6	
nodo 2	6	1	6	1	6	1	6	1	6	1	6	1
nodo 3	17	1	14	2	14	2	14	2	14	2	14	2
nodo 4	$+\infty$	-1	17	2	17	2	17	2	17	2	17	2
nodo 5	$+\infty$	-1	19	2	17	3	17	3	17	3	17	3
nodo 6	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	33	4	23	5	23	5
insieme Q	2, 3		3, 4, 5		4, 5		5, 6		6		\emptyset	

b)

cammino aumentante	δ	x	v
1 - 2 - 4 - 6	5	(5, 0, 0, 5, 0, 0, 5, 0, 0)	5
1 - 3 - 5 - 6	6	(5, 6, 0, 5, 0, 6, 5, 0, 6)	11
1 - 3 - 5 - 4 - 6	4	(5, 10, 0, 5, 0, 10, 9, 4, 6)	15

Taglio di capacità minima: $N_s = \{1, 3\}$ $N_t = \{2, 4, 5, 6\}$