Esame di Ricerca Operativa del 19/12/16

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1. Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

città	**2**	**3**	**4**	**5**
1	10	91	62	43
2		25	54	57
3			11	9
4				13

a) Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 5–albero di costo minimo.

5–albero: $v_I(P) =$

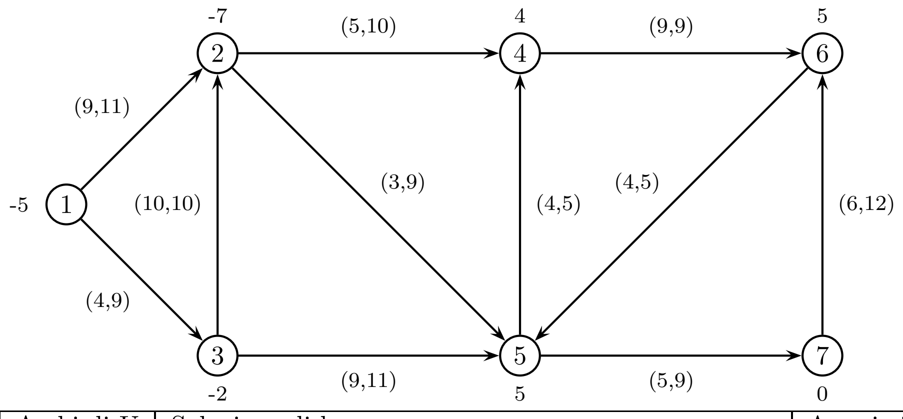
b) Trovare una valutazione superiore applicando l'algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 5.

ciclo: $v_S(P) =$

c) Applicare il metodo del *Branch and Bound*, utilizzando il 5–albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell'ordine, le variabili x_{35}, x_{34}, x_{13}.

Esercizio 2.

a) Completare la seguente tabella considerando il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete (su ogni nodo è indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità).



Archi di T	Archi di U	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenere (si/no)
(1,3) (2,4) (2,5) (3,2) (4,6) (5,7)	(1,2)	$x =$		
(1,2) (2,5) (3,2) (5,4) (5,7) (7,6)	(6,5)	$\pi = (0,$		

b) Costruire in una rete a 4 nodi e 5 archi (indicando costi, capacità e bilanci) un potenziale di base degenere che sia ottimo.

Rete:

Potenziale $\pi =$

Qual è la base associata ad π?

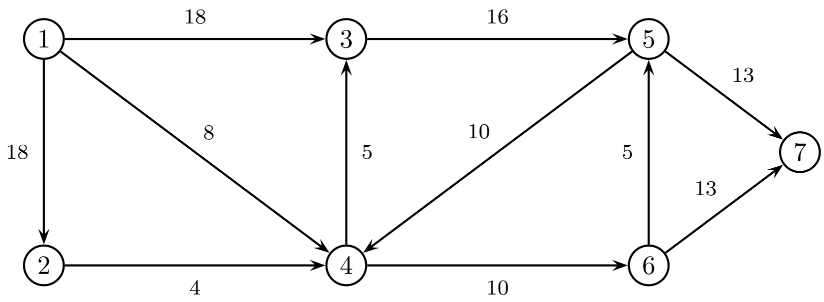
Perché π è degenere?

Perché π è ottimo?

Esercizio 3. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 2.

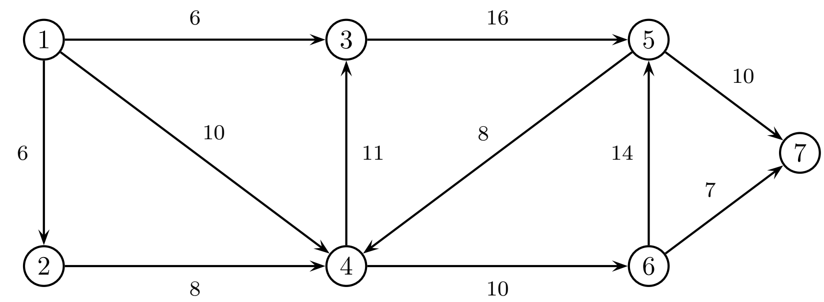
	1° iterazione	2° iterazione
Archi di T	(1,3) (3,2) (3,5) (4,6) (6,5) (7,6)	
Archi di U	(2,4)	
x		
π		
Arco entrante		
ϑ^+, ϑ^-		
Arco uscente		

Esercizio 4. a) Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.



	iter 1		iter 2		iter 3		iter 4		iter 5		iter 6		iter 7	
	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p
nodo visitato														
nodo 2														
nodo 3														
nodo 4														
nodo 5														
nodo 6														
nodo 7														
insieme Q														

b) Applicare l'algoritmo FFEK per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 7 sulla seguente rete.



cammino aumentante	δ	x	v

Taglio di capacità minima: $N_s =$ $N_t =$

SOLUZIONI

Esercizio 1. Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

città	**2**	**3**	**4**	**5**
1	10	91	62	43
2		25	54	57
3			11	9
4				13

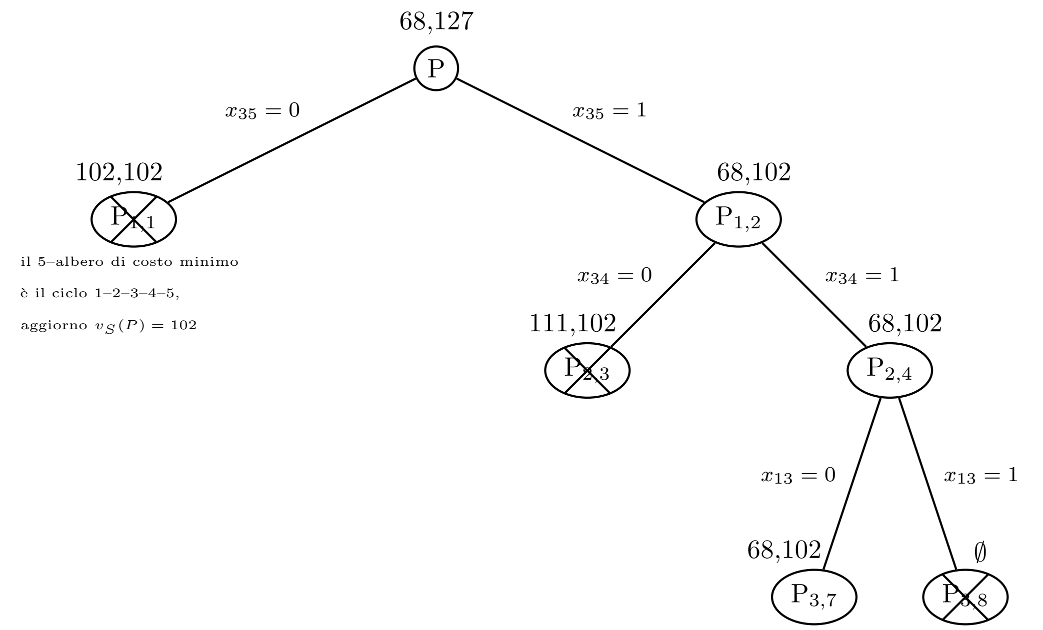
a) Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 5–albero di costo minimo.

5–albero: (1 , 2) (2 , 3) (3 , 4) (3 , 5) (4 , 5) $v_I(P) = 68$

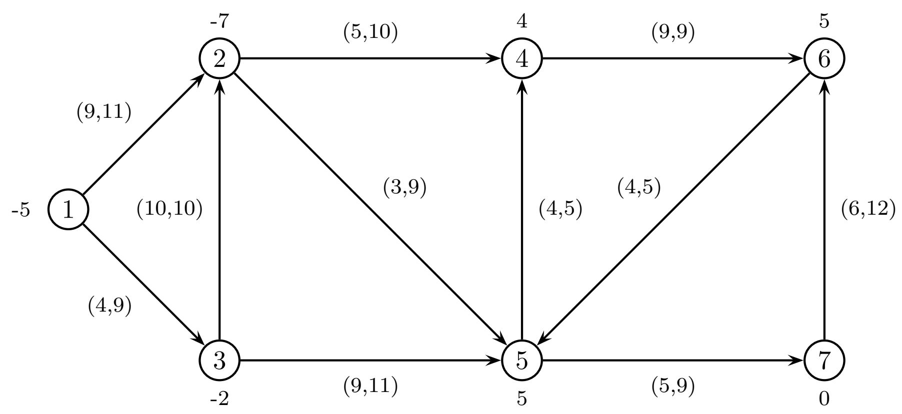
b) Trovare una valutazione superiore applicando l'algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 5.

ciclo: 5 − 3 − 4 − 2 − 1 $v_S(P) = 127$

c) Applicare il metodo del *Branch and Bound*, utilizzando il 5–albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell'ordine, le variabili x_{35}, x_{34}, x_{13}.



Esercizio 2. Completare la tabella considerando il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete (su ogni nodo è indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità).

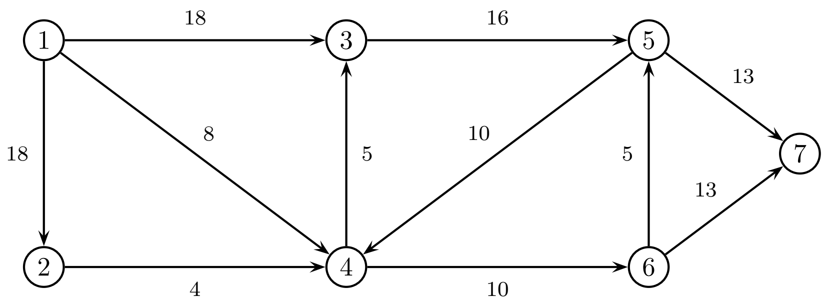


Archi di T	Archi di U	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenere (si/no)
(1,3) (2,4) (2,5) (3,2) (4,6) (5,7)	(1,2)	$x = (11,\ -6,\ 9,\ 5,\ -4,\ 0,\ 5,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0)$	NO	SI
(1,2) (2,5) (3,2) (5,4) (5,7) (7,6)	(6,5)	$\pi = (0,\ 9,\ -1,\ 16,\ 12,\ 23,\ 17)$	NO	NO

Esercizio 3. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 2.

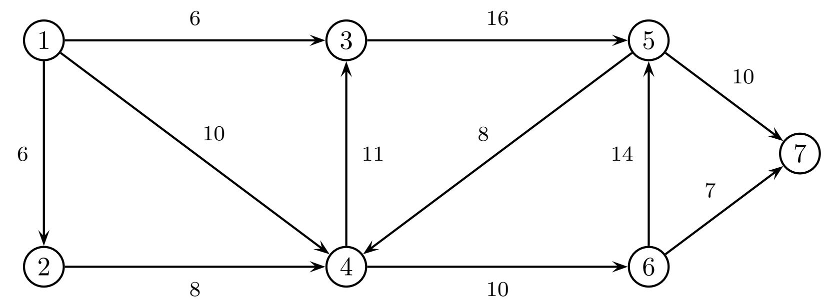
	1° iterazione	2° iterazione
Archi di T	(1,3) (3,2) (3,5) (4,6) (6,5) (7,6)	(1,2) (1,3) (3,5) (4,6) (6,5) (7,6)
Archi di U	(2,4)	(2,4)
x	(0, 5, 10, 0, 3, 4, 6, 0, 0, 1, 0)	(3, 2, 10, 0, 0, 4, 6, 0, 0, 1, 0)
π	(0, 14, 4, 0, 13, 9, 3)	(0, 9, 4, 0, 13, 9, 3)
Arco entrante	(1,2)	(2,4)
ϑ^+, ϑ^-	11 , 3	7 , 1
Arco uscente	(3,2)	(6,5)

Esercizio 4. a) Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.



	iter 1		iter 2		iter 3		iter 4		iter 5		iter 6		iter 7	
	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p
nodo visitato	1		4		3		2		6		5		7	
nodo 2	18	1	18	1	18	1	18	1	18	1	18	1	18	1
nodo 3	18	1	13	4	13	4	13	4	13	4	13	4	13	4
nodo 4	8	1	8	1	8	1	8	1	8	1	8	1	8	1
nodo 5	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	29	3	29	3	23	6	23	6	23	6
nodo 6	$+\infty$	-1	18	4	18	4	18	4	18	4	18	4	18	4
nodo 7	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	31	6	31	6	31	6
insieme Q	2, 3, 4		2, 3, 6		2, 5, 6		5, 6		5, 7		7		$\emptyset$	

b) Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 7 sulla seguente rete.



cammino aumentante	δ	x	v
1 - 3 - 5 - 7	6	(0, 6, 0, 0, 6, 0, 0, 0, 6, 0, 0)	6
1 - 4 - 6 - 7	7	(0, 6, 7, 0, 6, 0, 7, 0, 6, 0, 7)	13
1 - 4 - 3 - 5 - 7	3	(0, 6, 10, 0, 9, 3, 7, 0, 9, 0, 7)	16
1 - 2 - 4 - 3 - 5 - 7	1	(1, 6, 10, 1, 10, 4, 7, 0, 10, 0, 7)	17

Taglio di capacità minima: $N_s = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $\quad N_t = \{7\}$