

(Cognome)

(Nome)

(Numero di Matricola)

Esercizio 1. Si consideri il problema di caricare un container di volume pari a 229 metri cubi, cercando di massimizzare il valore dei beni inseriti (ogni bene può essere inserito al massimo una volta).

Beni	1	2	3	4	5	6
Valori	21	22	8	6	11	17
Volumi	88	211	15	227	153	141

Calcolare una valutazione inferiore ed una superiore. Scrivere i comandi Matlab del problema e risolvere il problema.

Si supponga ora che il container abbia anche una portata massima di 19 quintali e che i beni abbiano i seguenti pesi.

Beni	1	2	3	4	5	6
Quintali	11	10	12	3	4	7

Calcolare una valutazione inferiore ed una superiore del nuovo problema. Scrivere i comandi Matlab e risolverlo.

Esercizio 2. Si consideri una rete di città le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

cittá	2	3	4	5
1	26	20	24	19
2		34	23	22
3			27	21
4				32

Scrivere un modello matematico per trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo sulla rete di città. Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 3-albero di costo minimo ed una valutazione superiore applicando l'algoritmo del nodo piú vicino a partire dal nodo 2. Applicare poi un passo dell'algoritmo di ricerca locale. Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima.

Esercizio 3. Una ditta produce vernici in tre diversi stabilimenti (Pisa, Pontedera, Empoli) e le vende a tre imprese edili (A, B, C). Il costo di produzione é 9 euro/kg nello stabilimento di Pisa, 10.5 euro/kg in quello di Pontedera e 10 euro/kg in quello di Empoli. Il costo (in euro) per spedire un kg di vernice da uno stabilimento ad un cliente é indicato nella seguente tabella:

stabilimento	imprese edili		
	A	B	C
Pisa	0.25	0.5	0.6
Pontedera	0.3	0.2	0.1
Empoli	0.5	0.3	0.2

I tre stabilimenti possono produrre al massimo 8500, 9200 e 11000 kg di vernice all'anno. In base alle previsioni sulle vendite, la domanda annuale delle tre imprese edili é pari a 5000, 8300 e 6300 kg di vernice. Per bilanciare la produzione si richiede che la produzione nell'impianto di Pontedera sia almeno la metà della produzione nell'impianto di Pisa ed almeno un terzo della produzione nell'impianto di Empoli.

Determinare quanti kg di vernice deve produrre la ditta in modo da minimizzare il costo totale soddisfacendo la domanda. Scrivere un modello matematico che determini la produzione di vernice in ogni stabilimento che minimizzi il costo totale. Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima. Se fossero barattoli di vernice come cambierebbe il modello? Quale uso si potrebbe fare della soluzione ottima trovata precedentemente. Quale sarebbe la nuova soluzione ottima? Potrebbe non cambiare?

SOLUZIONI

Esercizio 1.

sol. ammissibile $x = (1, 0, 1, 0, 0, 0)$ e $v_I(P) = 29$

s.o. del rilassamento $x = \left(1, 0, 1, 0, 0, \frac{42}{47}\right)$ e $v_S(P) = 44$

s. ottima $x = (1, 0, 0, 0, 0, 1)$ e $v_S(P) = 38$

Esercizio 2.

3-albero: $(1, 3) (1, 5) (2, 4) (2, 5) (3, 5)$ $v_I(P) = 105$

sol. amm. nodo piú vicino: $2 - 5 - 1 - 3 - 4$ $v_S(P) = 111$

ciclo ottimo: $1 - 3 - 5 - 2 - 4$ $v_S(P) = 110$

Esercizio 3. Variabili decisionali: numerati con 1, 2 e 3 gli stabilimenti di Pisa, Pontedera ed Empoli rispettivamente, e numerati con 1, 2 e 3 i clienti, indichiamo con x_{ij} la quantità di vernice prodotta dall'impianto i per il cliente j .

Modello:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min 9.25 x_{11} + 9.5 x_{12} + 9.6 x_{13} + 10.8 x_{21} + 10.7 x_{22} + 10.6 x_{23} + 10.5 x_{31} + 10.3 x_{32} + 10.2 x_{33} \\ x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 8500 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 9200 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} \leq 11000 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 5000 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 8300 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 6300 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \geq (x_{11} + x_{12} + x_{13})/2 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \geq (x_{31} + x_{32} + x_{33})/3 \\ x \geq 0 \end{array} \right.$$

s. ottima $x = (5000, 3500, 0, 0, 0, 4250, 0, 4800, 2050)$ e $v(P) = 194900$