

(Cognome)

(Nome)

(Corso di laurea)

Esercizio 1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \min 18 x_1 + 7 x_2 \\ 15 x_1 + 10 x_2 \geq 42 \\ 8 x_1 + 12 x_2 \geq 43 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

a) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento = $v_S(P) =$

b) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo arrotondando la soluzione ottima del rilassamento.

sol. ammissibile = $v_I(P) =$

c) Calcolare un taglio di Gomory.

$r =$ taglio:

Esercizio 2. Si consideri il problema di caricare un container di volume pari a 229 metri cubi, cercando di massimizzare il valore dei beni inseriti (ogni bene può essere inserito al massimo una volta).

Beni	1	2	3	4	5	6
Valori	21	22	8	6	11	17
Volumi	88	211	15	227	153	141

a) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo applicando l'algoritmo greedy.

sol. ammissibile = $v_I(P) =$

b) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento = $v_S(P) =$

c) Risolvere il problema applicando il metodo del *Branch and Bound*. Effettuare la visita dell'albero per ampiezza e in ogni nodo istanziare l'eventuale variabile frazionaria.

Esercizio 3. Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

città	2	3	4	5
1	26	28	23	21
2		25	29	34
3			36	24
4				23

a) Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 4–albero di costo minimo.

4–albero: $v_I(P) =$

b) Trovare una valutazione superiore applicando l’algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 3.

ciclo: $v_S(P) =$

c) Risolvere il problema con l’algoritmo del *Branch and Bound*, utilizzando il 4–albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell’ordine, le variabili x_{45} , x_{14} e x_{15} .

ciclo ottimo = costo =

SOLUZIONI

Esercizio 1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \min 8x_1 + 7x_2 \\ 15x_1 + 10x_2 \geq 42 \\ 8x_1 + 12x_2 \geq 43 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

a) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento = $(0, 42/10)$	$v_I(P) = 30$
---	---------------

b) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo arrotondando la soluzione ottima del rilassamento.

sol. ammissibile = $(0, 5)$	$v_S(P) = 35$
-----------------------------	---------------

c) Calcolare un taglio di Gomory.

$r = 2$	$14x_1 + 9x_2 \geq 38$
---------	------------------------

Esercizio 2. Si consideri il problema di caricare un container di volume pari a 229 metri cubi, cercando di massimizzare il valore dei beni inseriti (ogni bene può essere inserito al massimo una volta).

Beni	1	2	3	4	5	6
Valori	21	22	8	6	11	17
Volumi	88	211	15	227	153	141

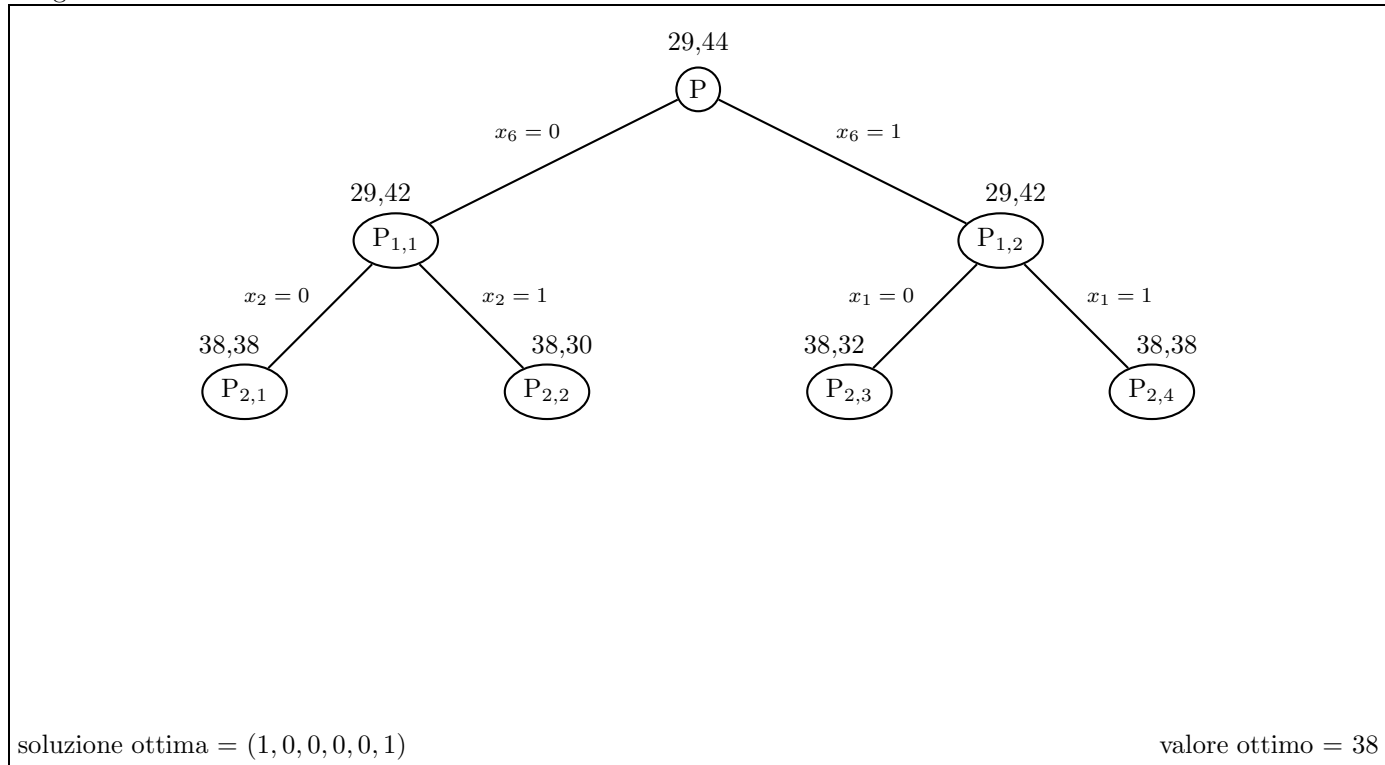
a) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo applicando l'algoritmo greedy.

sol. ammissibile = $(1, 0, 1, 0, 0, 0)$	$v_I(P) = 29$
---	---------------

b) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento = $\left(1, 0, 1, 0, 0, \frac{42}{47}\right)$	$v_S(P) = 44$
--	---------------

c) Risolvere il problema applicando il metodo del *Branch and Bound*. Effettuare la visita dell'albero per ampiezza e in ogni nodo istanziare l'eventuale variabile frazionaria.



Esercizio 3. Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

città	2	3	4	5
1	26	28	23	21
2		25	29	34
3			36	24
4				23

a) Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 4-albero di costo minimo.

4-albero: (1,4) (1,5) (2,3) (3,5) (4,5) $v_I(P) = 116$

b) Trovare una valutazione superiore applicando l'algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 3.

ciclo: 3-5-1-4-2-3 $v_S(P) = 122$

c) Risolvere il problema con l'algoritmo del *Branch and Bound*, utilizzando il 4-albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell'ordine, le variabili x_{45} , x_{14} e x_{15} .

