Esercitazione di Ricerca Operativa

Esercizio 1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \min\ 8\ x_1 + 7\ x_2 \\ 15\ x_1 + 10\ x_2 \geq 42 \\ 8\ x_1 + 12\ x_2 \geq 43 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

a) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento =	$v_S(P) =$

b) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo arrotondando la soluzione ottima del rilassamento.

sol. ammissibile =	$v_I(P) =$

c) Calcolare un taglio di Gomory.

$r =$	taglio:

Esercizio 2. Si consideri il problema di caricare un container di volume pari a 229 metri cubi, cercando di massimizzare il valore dei beni inseriti (ogni bene può essere inserito al massimo una volta).

Beni	1	2	3	4	5	6
Valori	21	22	8	6	11	17
Volumi	88	211	15	227	153	141

a) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo applicando l'algoritmo greedy.

sol. ammissibile =	$v_I(P) =$

b) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento =	$v_S(P) =$

Esercizio 3. Una fabbrica produce tre tipi di materassi: A, B e C, utilizzando lattice e fibre sintetiche. Settimanalmente la disponibilità delle materie prime, impiegate nella produzione è pari rispettivamente a 1000 e 800 Kg. Il costo al Kg delle materie prime è di 15 e 5 rispettivamente per il lattice e le fibre sintetiche. La produzione di un materasso di tipo A richiede 10Kg di lattice e 5 Kg di fibre sintetiche. La produzione di un materasso di tipo B richiede 16 Kg di lattice e 1 Kg di fibre sintetiche. La produzione di un materasso di tipo C richiede 12 Kg di lattice e 3 Kg di fibre sintetiche. I prezzi di vendita al pubblico di un materasso di tipo A, B e C sono rispettivamente 200, 500 e 350. Determinare la produzione settimanale che massimizza il profitto sapendo che per soddisfare la richiesta di mercato, la fabbrica deve produrre almeno 15 materassi di tipo A, 12 materassi di tipo B e 10 materassi di tipo C.

variabili decisionali e modello:

COMANDI DI LINPROG O INTLINPROG

`c=`	
`A=`	`b=`
`Aeq=`	`beq=`
`lb=`	`ub=`

Esercizio 4. Completare la seguente tabella considerando il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \max\ 5\ x_1 - 6\ x_2 \\ x_2 \leq 3 \\ -x_1 \leq 2 \\ x_1 \leq 2 \\ x_1 - x_2 \leq 3 \\ -3\ x_1 - 2\ x_2 \leq 6 \\ -x_2 \leq 5 \end{cases}$$

Indici di base	Vettore	Ammissibile (si/no)	Degenere (si/no)
4, 6	$x =$		
2, 5	$y =$		

Esercizio 5. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso primale per il problema dell'esercizio 4.

	Iterazione 1	Iterazione 2
Indici di base	1, 2	
x		
Valore della funzione obiettivo		
y		
Indice uscente		
Rapporti		
Indice entrante		

Esercizio 6. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso duale per il seguente problema:

$$\begin{cases} \min\ 12\ y_3 + 5\ y_4 + 4\ y_5 + 4\ y_6 \\ -y_1 + 2\ y_3 + y_4 + y_5 + y_6 = 1 \\ -y_2 + 3\ y_3 + y_4 - y_6 = -3 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

	Base	x	y	Indice entrante	Rapporti	Indice uscente
1° iterazione	{2,3}					
2° iterazione						

Esercizio 7. Dato il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \min\ 3\ y_1 - 7\ y_2 + 5\ y_3 + 22\ y_4 + 14\ y_5 + 15\ y_6 \\ -y_1 - y_2 + 3\ y_4 + 2\ y_5 + 2\ y_6 = 2 \\ y_1 - 4\ y_2 + y_3 + 2\ y_4 + y_5 - 2\ y_6 = 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

applicare l'algoritmo duale-ausiliario per la determinazione di una base duale ammissibile.

SOLUZIONI

Esercizio 1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \min\ 8\ x_1 + 7\ x_2 \\ 15\ x_1 + 10\ x_2 \geq 42 \\ 8\ x_1 + 12\ x_2 \geq 43 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

a) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento $= \left(\frac{74}{100}, \frac{309}{100}\right)$ $\quad v_I(P) = 28$

b) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo arrotondando la soluzione ottima del rilassamento.

sol. ammissibile $= (1, 4)$ $\quad v_S(P) = 36$

c) Calcolare un taglio di Gomory.

$r = 1$ $\quad 7\,x_1 + 5\,x_2 \geq 21$
$r = 2$ $\quad 8\,x_1 + 11\,x_2 \geq 40$

Esercizio 2. Si consideri il problema di caricare un container di volume pari a 229 metri cubi, cercando di massimizzare il valore dei beni inseriti (ogni bene può essere inserito al massimo una volta).

Beni	1	2	3	4	5	6
Valori	21	22	8	6	11	17
Volumi	88	211	15	227	153	141

a) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo applicando l'algoritmo greedy.

sol. ammissibile $= (1, 0, 1, 0, 0, 0)$ $\quad v_I(P) = 29$

b) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento $= \left(1, 0, 1, 0, 0, \frac{42}{47}\right)$ $\quad v_S(P) = 44$

Esercizio 3.

variabili decisionali	modello
x_1 = n° di materassi di tipo A da produrre x_2 = n° di materassi di tipo B da produrre x_3 = n° di materassi di tipo C da produrre	$\begin{cases} \max\ 200\ x_1 + 500\ x_2 + 350\ x_3 \\ -15\ (10\ x_1 + 16\ x_2 + 12\ x_3) + \\ -5\ (5\ x_1 + x_2 + 3\ x_3) \\ 10\ x_1 + 16\ x_2 + 12\ x_3 \leq 1000 \\ 5\ x_1 + x_2 + 3\ x_3 \leq 800 \\ x_1 \geq 15 \\ x_2 \geq 12 \\ x_3 \geq 10 \end{cases}$

COMANDI DI MATLAB

`c = -[ 25 255 155]`	
`A = [10 16 12 ; 5 1 3]`	`b = [1000; 800]`
`Aeq = []`	`beq = []`
`lb = [15; 12 ; 10]`	`ub = []`

Esercizio 4. Completare la seguente tabella considerando il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \max\ 5\,x_1 - 6\,x_2 \\ x_2 \le 3 \\ -x_1 \le 2 \\ x_1 \le 2 \\ x_1 - x_2 \le 3 \\ -3\,x_1 - 2\,x_2 \le 6 \\ -x_2 \le 5 \end{cases}$$

Indici di base	Vettore	Ammissibile (si/no)	Degenere (si/no)
4, 6	$x = (-2,\ -5)$	NO	SI
2, 5	$y = (0,\ -14,\ 0,\ 0,\ 3,\ 0)$	NO	NO

Esercizio 5. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso primale per il problema dell'esercizio 4.

	Iterazione 1	Iterazione 2
Indici di base	1, 2	2, 5
x	$(-2,\ 3)$	$(-2,\ 0)$
Valore della funzione obiettivo	-28	-10
y	$(-6,\ -5,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0)$	$(0,\ -14,\ 0,\ 0,\ 3,\ 0)$
Indice uscente	1	2
Rapporti	$8,\ 3,\ 8$	$4,\ 2,\ \frac{10}{3}$
Indice entrante	5	4

Esercizio 6.

	Base	x	y	Indice entrante	Rapporti	Indice uscente
1° iterazione	$\{2,\ 3\}$	$(6,\ 0)$	$\left(0,\ \frac{9}{2},\ \frac{1}{2},\ 0,\ 0,\ 0\right)$	4	$9,\ 1$	3
2° iterazione	$\{2,\ 4\}$	$(5,\ 0)$	$(0,\ 4,\ 0,\ 1,\ 0,\ 0)$	5	$4,\ 1$	4