

Esercitazione di Ricerca Operativa

Esercizio 1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \min 8 x_1 + 7 x_2 \\ 15 x_1 + 10 x_2 \geq 42 \\ 8 x_1 + 12 x_2 \geq 43 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

a) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento =	$v_S(P) =$
--------------------------------	------------

b) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo arrotondando la soluzione ottima del rilassamento.

sol. ammissibile =	$v_I(P) =$
--------------------	------------

c) Calcolare un taglio di Gomory.

r =	taglio:
-----	---------

Esercizio 2. Si consideri il problema di caricare un container di volume pari a 229 metri cubi, cercando di massimizzare il valore dei beni inseriti (ogni bene può essere inserito al massimo una volta).

Beni	1	2	3	4	5	6
Valori	21	22	8	6	11	17
Volumi	88	211	15	227	153	141

a) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo applicando l'algoritmo greedy.

sol. ammissibile =	$v_I(P) =$
--------------------	------------

b) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento =	$v_S(P) =$
--------------------------------	------------

Esercizio 3. Una fabbrica produce tre tipi di materassi: A, B e C, utilizzando lattice e fibre sintetiche. Settimanalmente la disponibilità delle materie prime, impiegate nella produzione è pari rispettivamente a 1000 e 800 Kg. Il costo al Kg delle materie prime è di 15 e 5 rispettivamente per il lattice e le fibre sintetiche. La produzione di un materasso di tipo A richiede 10Kg di lattice e 5 Kg di fibre sintetiche. La produzione di un materasso di tipo B richiede 16 Kg di lattice e 1 Kg di fibre sintetiche. La produzione di un materasso di tipo C richiede 12 Kg di lattice e 3 Kg di fibre sintetiche. I prezzi di vendita al pubblico di un materasso di tipo A, B e C sono rispettivamente 200, 500 e 350. Determinare la produzione settimanale che massimizza il profitto sapendo che per soddisfare la richiesta di mercato, la fabbrica deve produrre almeno 15 materassi di tipo A, 12 materassi di tipo B e 10 materassi di tipo C.

variabili decisionali e modello:

c=		
A=		b=
Aeq=		beq=
lb=		ub=

Esercizio 4. Completare la seguente tabella considerando il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \max 5 x_1 - 6 x_2 \\ x_2 \leq 3 \\ -x_1 \leq 2 \\ x_1 \leq 2 \\ x_1 - x_2 \leq 3 \\ -3 x_1 - 2 x_2 \leq 6 \\ -x_2 \leq 5 \end{cases}$$

Indici di base	Vettore	Ammissibile (si/no)	Degenerare (si/no)
4, 6	$x =$		
2, 5	$y =$		

Esercizio 5. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso primale per il problema dell'esercizio 4.

	Iterazione 1	Iterazione 2
Indici di base	1, 2	
x		
Valore della funzione obiettivo		
y		
Indice uscente		
Rapporti		
Indice entrante		

Esercizio 6. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso duale per il seguente problema:

$$\begin{cases} \min 12 y_3 + 5 y_4 + 4 y_5 + 4 y_6 \\ -y_1 + 2 y_3 + y_4 + y_5 + y_6 = 1 \\ -y_2 + 3 y_3 + y_4 - y_6 = -3 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

	Base	x	y	Indice entrante	Rapporti	Indice uscente
1° iterazione	{2,3}					
2° iterazione						

Esercizio 7. Dato il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \min 3 y_1 - 7 y_2 + 5 y_3 + 22 y_4 + 14 y_5 + 15 y_6 \\ -y_1 - y_2 + 3 y_4 + 2 y_5 + 2 y_6 = 2 \\ y_1 - 4 y_2 + y_3 + 2 y_4 + y_5 - 2 y_6 = 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

applicare l'algoritmo duale-ausiliario per la determinazione di una base duale ammissibile.

SOLUZIONI

Esercizio 1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \min 8x_1 + 7x_2 \\ 15x_1 + 10x_2 \geq 42 \\ 8x_1 + 12x_2 \geq 43 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

a) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento = $\left(\frac{74}{100}, \frac{309}{100}\right)$	$v_I(P) = 28$
---	---------------

b) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo arrotondando la soluzione ottima del rilassamento.

sol. ammissibile = (1, 4)	$v_S(P) = 36$
---------------------------	---------------

c) Calcolare un taglio di Gomory.

$r = 1$	$7x_1 + 5x_2 \geq 21$
$r = 2$	$8x_1 + 11x_2 \geq 40$

Esercizio 2. Si consideri il problema di caricare un container di volume pari a 229 metri cubi, cercando di massimizzare il valore dei beni inseriti (ogni bene può essere inserito al massimo una volta).

Beni	1	2	3	4	5	6
Valori	21	22	8	6	11	17
Volumi	88	211	15	227	153	141

a) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo applicando l'algoritmo greedy.

sol. ammissibile = (1, 0, 1, 0, 0, 0)	$v_I(P) = 29$
---------------------------------------	---------------

b) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento = $\left(1, 0, 1, 0, 0, \frac{42}{47}\right)$	$v_S(P) = 44$
--	---------------

Esercizio 3.

variabili decisionali	modello
x_1 = n° di materassi di tipo A da produrre x_2 = n° di materassi di tipo B da produrre x_3 = n° di materassi di tipo C da produrre	$\begin{cases} \max 200x_1 + 500x_2 + 350x_3 \\ -15(10x_1 + 16x_2 + 12x_3) + \\ -5(5x_1 + x_2 + 3x_3) \\ 10x_1 + 16x_2 + 12x_3 \leq 1000 \\ 5x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 800 \\ x_1 \geq 15 \\ x_2 \geq 12 \\ x_3 \geq 10 \text{ } x \text{ intere} \end{cases}$

COMANDI DI MATLAB

$c = -[25 \ 255 \ 155]$	$ \text{intcon}[1 \ 2 \ 3]$
$A = [10 \ 16 \ 12 ; 5 \ 1 \ 3]$	$b = [1000; 800]$
$Aeq = []$	$beq = []$
$lb = [15; 12 ; 10]$	$ub = []$

Esercizio 4. Completare la seguente tabella considerando il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \max 5x_1 - 6x_2 \\ x_2 \leq 3 \\ -x_1 \leq 2 \\ x_1 \leq 2 \\ x_1 - x_2 \leq 3 \\ -3x_1 - 2x_2 \leq 6 \\ -x_2 \leq 5 \end{cases}$$

Indici di base	Vettore	Ammissibile (si/no)	Degenerare (si/no)
4, 6	$x = (-2, -5)$	NO	SI
2, 5	$y = (0, -14, 0, 0, 3, 0)$	NO	NO

Esercizio 5. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso primale per il problema dell'esercizio 4.

	Iterazione 1	Iterazione 2
Indici di base	1, 2	2, 5
x	$(-2, 3)$	$(-2, 0)$
Valore della funzione obiettivo	-28	-10
y	$(-6, -5, 0, 0, 0, 0)$	$(0, -14, 0, 0, 3, 0)$
Indice uscente	1	2
Rapporti	8, 3, 8	$4, 2, \frac{10}{3}$
Indice entrante	5	4

Esercizio 6.

	Base	x	y	Indice entrante	Rapporti	Indice uscente
1° iterazione	{2, 3}	(6, 0)	$\left(0, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}, 0, 0, 0\right)$	4	9, 1	3
2° iterazione	{2, 4}	(5, 0)	(0, 4, 0, 1, 0, 0)	5	4, 1	4