

Seconda prova di Ricerca Operativa

Esercizio 1. Una fabbrica automobilistica produce tre tipi di autovetture T_1, T_2, T_3 negli stabilimenti S_1, S_2, S_3 . La capacità di produzione mensile degli stabilimenti S_1, S_2, S_3 è data da 100, 80 e 100 autovetture rispettivamente ed il costo di produzione di una singola autovettura di tipo T_i nello stabilimento S_j è dato da

	S1	S2	S3
T1	72	55	81
T2	59	100	49
T3	82	55	63

Si sa che la produzione mensile deve essere di almeno 80 autovetture per ogni tipo.

- Scrivere un modello matematico per determinare la quantità di macchine da produrre mensilmente in ciascun stabilimento in modo da minimizzare i costi.
- Scrivere i comandi Matlab e determinare la soluzione ottima.
- Se la produzione dello stabilimento S_1 deve essere almeno il 30% della produzione complessiva, come cambia il modello e la soluzione ottima?

Esercizio 2. Una ditta produce due tipi di pantaloni (A e B) e ne deve produrre almeno 58 di tipo A ed almeno 62 di tipo B la settimana. Può assumere sul mercato due tipi di operai specializzati che costano rispettivamente 500 e 520 euro la settimana. Il primo tipo di operai produce 13 pantaloni di tipo A e 12 di tipo B la settimana mentre il secondo tipo ne produce 11 e 16 rispettivamente.

- Scrivere un modello matematico per determinare gli operai da assumere in modo da minimizzare il costo complessivo.
- Calcolare una valutazione inferiore ed una valutazione superiore.
- Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima.
- Calcolare un piano di taglio di Gomory e calcolare il nuovo gap.

Esercizio 3. Una ditta deve affidare i progetti a, b, c, d agli studi di professionisti 1, 2, 3, 4 sapendo che ogni studio farà uno ed un solo lavoro. I costi sono indicati nella seguente tabella:

	a	b	c	d
1	7	5	8	6
2	5	10	11	8
3	8	5	6	5
4	4	7	8	9

- Scrivere un modello matematico che minimizzi i costi.
- Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima.
- Se lo studio 2 non accettasse di svolgere il progetto a la soluzione ottima cambierebbe sicuramente?

Esercizio 4. Supponiamo di avere la seguente matrice di costi per un problema di TSP:

	1	2	3	4	5
1	–	33	13	25	33
2	33	–	46	58	76
3	39	33	–	12	30
4	35	29	12	–	23
5	60	54	30	23	–

- Scrivere un modello matematico che determini il ciclo di costo minimo.
- Trovare una valutazione inferiore utilizzando il rilassamento dell'assegnamento di costo minimo ed una superiore utilizzando l'algoritmo delle toppe.
- Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima.

SOLUZIONI

Esercizio 1.

x_{ij} = quantita' di macchine di tipo T_i prodotte nello stabilimento S_j , $i = 1, 2, 3$, $j = 1, 2, 3$;

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 c_{ij} x_{ij} \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} \leq 100 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} \leq 80 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} \leq 100 \\ x_{11} + x_{12} + x_{13} \geq 80 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \geq 80 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} \geq 80 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} \geq 0.3 \left(\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 x_{ij} \right) \\ x_{ij} \geq 0, x_{ij} \in \mathbb{Z}, i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3, \end{array} \right.$$

Esercizio 2.

$$\left\{ \begin{array}{l} \min 500 x_1 + 520 x_2 \\ 13 x_1 + 11 x_2 \geq 58 \\ 12 x_1 + 16 x_2 \geq 62 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

Soluzione ottima del rilassato continuo $(123/38, 55/38)$ cioè circa $(3.24, 1.45)$ di costo 2371,1 e quindi $v_I = 2372$. La v_S é data da (4,2) da cui $v_S = 3040$. Il piano di taglio di Gomory per $r=1$ é dato da

$$228x_1 + 209x_2 \geq 1045$$

Esercizio 4.

L'ottimo del rilassamento é formato da due cicli: 1-3-2-1 e 4-5-4, $v_I(P) = 125$.

L'algoritmo delle toppe trova il ciclo 1-3-5-4-2-1, $v_S(P) = 128$.