Prima prova di Ricerca Operativa

Esercizio 1. Un'industria di lavorazione del marmo ha due stabilimenti dove produce lastre di marmo di tre diverse qualità: bassa, media e alta. Per contratto, l'industria deve fornire a una ditta esterna almeno 40, 30 e 50 tonnellate di marmo di bassa, media e alta qualità, rispettivamente. La seguente tabella riporta le caratteristiche di produzione nei due diversi stabilimenti:

Stabilimento	costo giornaliero (euro)	produzione (tonnellate/giorno)		
		bassa	media	alta
1	300	5	3	2
2	400	1	2	4

a) Scrivere un modello matematico che minimizzi i costi.
b) Scrivere i comandi di Matlab del problema e trovare la soluzione ottima.
c) Analizzare le variazioni di costo che porterebbero a chiudere uno dei due stabilimenti.

Esercizio 2. Effettuare un'iterazione dell'algoritmo del simplesso:

$$\begin{cases} \min\ 8\ y_1 + 40\ y_2 + 4\ y_3 - 8\ y_4 - 20\ y_5 - 8\ y_6 \\ 8\ y_2 - 2\ y_3 - 2\ y_4 - 4\ y_5 - 3\ y_6 = -1 \\ -y_1 - y_2 - y_3 + y_4 + 3\ y_5 + y_6 = 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Base	x	y	Indice entrante	Rapporti	Indice uscente
{2,6}					

Esercizio 3. Si consideri il problema di caricare un container di portata massima pari a 229 quintali, cercando di massimizzare il valore dei beni inseriti.

Beni	1	2	3	4	5	6
Valori	21	22	8	6	11	17
Peso	88	211	15	227	153	141

a) Calcolare una valutazione inferiore ed una superiore sia nel caso binario che nel caso $x \in Z^n$.
b) Scrivere i comandi Matlab delle due versioni del problema.
c) Risolvere i due problemi.
d) Le soluzioni ottime del rilassamento continuo trovate al punto a) sono vertici? Se sì quale è la base?

Esercizio 4. Una ditta produce mattonelle in tre diversi stabilimenti (Pisa, Livorno, Pontedera) e li vende a tre imprese edili (A, B, C). Il costo (in euro) per spedire un kg di mattonelle da uno stabilimento ad un cliente è indicato nella seguente tabella:

	imprese edili		
stabilimento	A	B	C
Pisa	0.25	0.5	0.6
Livorno	0.3	0.2	0.1
Pontedera	0.5	0.3	0.2

I tre stabilimenti possono produrre al massimo 8500, 9200 e 11000 kg di mattonelle al mese. La domanda mensile delle tre imprese edili è pari a 5000, 8300 e 6300 kg di mattonelle. Si richiede che la produzione nell'impianto di Livorno sia almeno la metà della produzione nell'impianto di Pisa ed almeno un terzo della produzione nell'impianto di Pontedera. Determinare quanti kg di mattonelle deve produrre la ditta in ogni stabilimento in modo da minimizzare il costo totale.

a) Scrivere un modello matematico che minimizzi i costi.
b) Scrivere i comandi Matlab e risolvere il problema.
c) Come cambia il modello se il costo di produzione delle mattonelle variasse? In particolare se la produzione costasse 9 euro/kg nello stabilimento di Pisa, 10.5 euro/kg in quello di Livorno e 10 euro/kg in quello di Pontedera?

SOLUZIONI

Esercizio 1. x_1 = giorni di lavoro nello stabilimento 1; x_2 = giorni di lavoro nello stabilimento 2

$$\begin{cases} \min 300\,x_1 + 400\,x_2 \\ 5\,x_1 + x_2 \geq 40 \\ 3\,x_1 + 2\,x_2 \geq 30 \\ 2\,x_1 + 4\,x_2 \geq 50 \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

COMANDI DI MATLAB

```
c=[ 300 ; 400]                     intcon=[]

A=[ -5 -1 ; -3 -2 ; -2 -4 ]        b=[ -40 ; -30 ; -50 ]

Aeq=[]                             beq=[]

lb=[0; 0]                          ub=[]
```

Soluzione ottima $x = (6.1111, 9.4444)$

Esercizio 2.

	Base	x	y	Indice entrante	Rapporti	Indice uscente
1° iterazione	$\{2, 6\}$	$\left(\frac{32}{5}, \frac{56}{5}\right)$	$\left(0, \frac{2}{5}, 0, 0, 0, \frac{7}{5}\right)$	4	$2, \frac{7}{6}$	6

Esercizio 3.

sol. ammissibile= $(1, 0, 1, 0, 0, 0)$	$v_I(P) = 29$
sol. ammissibile= $(0, 0, 15, 0, 0, 0)$	$v_I(P) = 120$
sol. ottima del rilassamento = $\left(1, 0, 1, 0, 0, \frac{42}{47}\right)$	$v_S(P) = 44$
sol. ottima del rilassamento = $\left(0, 0, \frac{229}{15}, 0, 0, 0)\right)$	$v_S(P) = 122$
sol. ottima= $(1, 0, 0, 0, 0, 1)$	$v(P) = 38$
sol. ottima= $(0, 0, 15, 0, 0, 0))$	$v_S(P) = 120$

Esercizio 4.

$$\begin{cases} \min\ 0.25\ x_{11} + 0.5\ x_{12} + 0.6\ x_{13} + 0.3\ x_{21} + 0.2\ x_{22} + 0.1\ x_{23} + 0.5\ x_{31} + 0.3\ x_{32} + 0.2\ x_{33} \\ x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 8500 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 9200 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} \leq 11000 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 5000 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 8300 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 6300 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \geq (x_{11} + x_{12} + x_{13})/2 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \geq (x_{31} + x_{32} + x_{33})/3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \min\ 9.25\ x_{11} + 9.5\ x_{12} + 9.6\ x_{13} + 10.8\ x_{21} + 10.7\ x_{22} + 10.6\ x_{23} + 10.5\ x_{31} + 10.3\ x_{32} + 10.2\ x_{33} \\ x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 8500 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 9200 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} \leq 11000 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 5000 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 8300 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 6300 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \geq (x_{11} + x_{12} + x_{13})/2 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \geq (x_{31} + x_{32} + x_{33})/3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$