**Esame di Ricerca Operativa applicata alla logistica del 9-1-2020**

| (Cognome) | (Nome) | (Numero di Matricola) |
|---|---|---|

**Esercizio 1.** Una grande azienda di elettronica vuole aprire nuove filiali in un territorio e sa che ci sono 5 siti che le possono ospitare. Il territorio é diviso in 10 zone e i tempi medi (in minuti) per raggiungere i siti da ogni zona sono indicati nella tabella:

| | siti | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| costo | 10 | 8 | 7 | 9 | 6 |
| zone | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 15 | 10 | 13 | 11 | 12 |
| 2 | 9 | 12 | 9 | 12 | 11 |
| 3 | 7 | 15 | 2 | 16 | 8 |
| 4 | 21 | 7 | 6 | 18 | 6 |
| 5 | 11 | 6 | 12 | 10 | 19 |
| 6 | 12 | 18 | 9 | 10 | 11 |
| 7 | 13 | 17 | 6 | 18 | 8 |
| 8 | 18 | 12 | 12 | 13 | 6 |
| 9 | 15 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 10 | 12 | 14 | 15 | 16 | 12 |

Effettuare, se possibile, al massimo due riduzioni e poi scrivere un modello matematico per decidere quante filiali aprire e dove posizionarle in modo da servire tutti (entro 12 minuti) minimizzando i costi. Calcolare una valutazione inferiore e una valutazione superiore tramite algoritmi greedy e risolvere il problema.

Sia data, ora, la tabella seguente che indica il numero di abitanti che vivono nelle 10 zone:

| zone | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| abitanti | 2700 | 3000 | 2700 | 1200 | 1500 | 2100 | 1600 | 1500 | 2300 | 1800 |

Supponiamo che si possano aprire solo due filiali. Determinare dove aprirle in modo da massimizzare il numero di abitanti che possono raggiungere la filiale in al piú 12 minuti. Calcolare una valutazione inferiore e una valutazione superiore tramite algoritmi greedy. Trovare la soluzione ottima.

**Esercizio 2.** Dobbiamo mettere in pacchi, la cui capienza é 100 chili, 6 oggetti i cui pesi sono indicati in tabella.

| $j$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $p_j$ | 31 | 62 | 53 | 42 | 43 | 81 |

Scrivere un modello matematico per determinare il minimo numero di pacchi necessari. Calcolare una valutazione inferiore e le valutazioni superiori date dagli algoritmi BFD, NFD, FFD. Trovare la soluzione ottima.

**Esercizio 3.** Una ditta utilizza un cargo per il trasporto di 3 prodotti P1, P2 e P3. Il cargo ha due scompartimenti per il carico: A e B. La seguente tabella mostra i limiti in peso e spazio degli scompartimenti.

| | capacitá di peso (tonn) | capacitá di spazio ($dm^3$) |
|---|---|---|
| A | 22 | 5850 |
| B | 16 | 8450 |

La seguente tabella mostra per ogni prodotto la quantitá massima (in tonn) di merce da caricare e il volume occupato.

| | peso (tonn) | volume occupato ($dm^3/tonn$) |
|---|---|---|
| P1 | 20 | 200 |
| P2 | 15 | 300 |
| P3 | 12 | 250 |

Il profitto per tonnellata di merce é di 300 Euro per P1, 350 Euro per P2 e 250 Euro per P3. Scrivere un modello matematico per determinare come distribuire la merce negli scompartimenti per massimizzare il profitto, scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima. Qualora il prodotto sia confezionato in scatole e non misurato in tonnellate cosa cambierebbe nel modello? La soluzione ottima di prima cosa rappresenterebbe per questo nuovo problema? Quali sarebbero le valutazioni inferiore e superiore? Quale sarebbe la soluzione ottima? Potrebbe succedere che le soluzioni ottime coincidano? Cosa significherebbe?

# SOLUZIONI

**Esercizio 1.**

La valutazione inferiore é data dal rilassamento continuo (PL) $x = (1/3, 1/3, 1/3, 0, 2/3)$ di valore 12,33 che dá una $v_I = 13$. L'algoritmo di Chvatal dá come soluzione ammissibile greedy $x = (0, 0, 1, 0, 1)$ di valore 13. Siamo quindi all'ottimo.

Per la massima copertura calcoliamo il vettore $u = (11100, 12200, 15900, 11600, 18900)$ che ci dá come soluzione ammissibile $x = (1, 0, 0, 0, 1)$ di valore 20400 che rappresenta la $v_I$. La PL ci fornisce la soluzione ottima $x = (0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$ di valore 20400. Siamo quindi all'ottimo.

**Esercizio 2.**

Il valore ottimo del rilassato continuo é 3.12 che dá quindi una $v_I = 4$.
NFD: contenitore 1= 6 - contenitore 2 = 2 - contenitore 3= 3,5 - contenitore 4= 4,1.
FFD: contenitore 1= 6 - contenitore 2 = 2,1 - contenitore 3= 3,5 - contenitore 4= 4.
NFD: contenitore 1= 6 - contenitore 2 = 2,1 - contenitore 3= 3,5 - contenitore 4= 4.
Tutti e tre gli algoritmi danno come valore 4 che é una $v_S$ e quindi siamo all'ottimo.

**Esercizio 3.**

| variabili decisionali | modello |
|---|---|
| $x_{i,j}$ = tonnellate di prodotto i immagazzinato nello scompartimento j; i= 1,2,3; j=A,B | $\begin{cases} \max\ 300\ (x_{1A} + x_{1B}) \\ \quad +350\ (x_{2A} + x_{2B}) \\ \quad +250\ (x_{3A} + x_{3B}) \\ x_{1A} + x_{1B} \leq 20 \\ x_{2A} + x_{2B} \leq 15 \\ x_{3A} + x_{3B} \leq 12 \\ x_{1A} + x_{2A} + x_{3A} \leq 22 \\ x_{1B} + x_{2B} + x_{3B} \leq 16 \\ 200\ x_{1A} + 300\ x_{2A} + 250\ x_{3A} \leq 5850 \\ 200\ x_{1B} + 300\ x_{2B} + 250\ x_{3B} \leq 8450 \\ x_{i,j} \geq 0 \end{cases}$ |