Esame di Ricerca Operativa applicata alla logistica del 4-2-2019

______________________ ______________________ ______________________

(Cognome) (Nome) (Numero di Matricola)

Esercizio 1. Una ditta deve assegnare 4 lavori (A,B,C,D) a 4 persone con il vincolo che ogni persona fa uno ed un solo lavoro. La tabella di sinistra fornisce i costi dell'assegnamento tra persone e lavori mentre la tabella di destra fornisce i consumi di risorse aziendali. Si vuole determinare l'assegmnamento di costo minimo che abbia un consumo di risorse aziendali inferiore a $C_{tot} = 100$.

	A	**B**	**C**	**D**
1	42	24	22	21
2	36	18	23	28
3	39	29	38	36
4	31	22	28	39

	A	**B**	**C**	**D**
1	23	24	22	53
2	22	19	23	18
3	34	26	28	36
4	31	24	25	29

a) Scrivere il modello matematico.
b) Trovare una valutazione superiore ed una inferiore tramite algoritmi greedy.
c) Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima.
d) Trovare un metodo che determini il valore di C_{tot} per cui il problema non ha soluzione ottima ed applicarlo al caso in questione.

Esercizio 2. Dobbiamo inscatolare degli oggetti in contenitori di capienza $C = 100$ Kg ognuno. Il peso di ogni oggetto é dato dalla tabella seguente.

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
p_j	89	70	67	61	41	38	34	28	24	20	13	3	$C = 100$

a) Calcolare una valutazione inferiore tramite rilassamento continuo e le valutazioni superiori tramite gli algoritmi del First-Fit decreasing, del Next-Fit decreasing e del Best-Fit decreasing.
b) Scrivere un modello matematico per determinare il minimo numero di contenitori necessari.
c) Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima.

Esercizio 3. Un'azienda vinicola produce due tipi di vino (A e B) i cui prezzi di vendita al litro sono rispettivamente di 2.30 euro e di 4.09 euro. La produzione dei vini richiede due tipi di uve (Cabernet e Sangiovese) che l'azienda acquista rispettivamente al costo di 0.40 euro al kg e 0.25 euro al kg. La manodopera é disponibile in al piú 700 ore-uomo con un costo di 20 euro all'ora. Supponiamo che il budget disponibile per l'acquisto delle uve e della manodopera sia pari a 14000 euro. La tabella seguente indica i kg di uva e le ore di manodopera necessarie per la produzione di un litro di ciascun tipo di vino.

	vino A	vino B
Cabernet	0.8	0.7
Sangiovese	0.5	0.4
manodopera	0.03	0.06

a) Scrivere un modello matematico che determini la produzione di vino A e di vino B che massimizzi il profitto.
b) Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima.
c) Trovare, se esiste, una funzione obiettivo per cui entrambe le risorse (ore-uomo e budget) non sono in eccesso all'ottimo?

SOLUZIONI

Esercizio 1. E' un problema di assegnamento con il vincolo aggiuntivo sulle risorse:

$$23x_{11} + 24x_{12} + 22x_{13} + ...24x_{42} + 25x_{43} + 29x_{44} \leq 100$$

Il problema quindi é di PLI. Un rilassamento (per esempio l'eliminazione del vincolo di consumo) ci fornisce una valutazione inferiore.

Senza consumo la soluzione ottima é $x = (0,0,0,1,0,0,1,0,0,1,0,0,1,0,0,0)$ di costo 104 e ci dá la v_I.

Il consumo é 133 quindi non é ammissibile. Una qualunque soluzione ammissibile ci fornisce la v_S.

La soluzione ottima é $x = (0,0,1,0,0,0,0,1,0,1,0,0,1,0,0,0)$ di costo 110 e consumo 97.

Esercizio 2.

NFD usa 7 contenitori, FFD ne usa 6, mentre BFD ne usa solo 5.

nfd = 1 2 3 4 5 5 6 6 6 7 7 7

ffd = 1 2 3 4 5 4 5 2 3 5 6 1

bfd = 1 2 3 4 5 4 5 2 5 3 3 1

La valutazione inferiore é data dalla somma dei pesi diviso per 100 (4.88) ed arrotondata per eccesso e quindi 5.

La valutazione superiore é fornita da uno degli algoritmi descritti.

Esercizio 3. Variabili decisionali: x_A = litri di vino A prodotti, x_B = litri di vino B prodotti,

$$\begin{cases} \max\ (2.3x_A + 4.09x_B) - (0.6x_A + 1.2x_B) - (0.32x_A + 0.28x_B) - (0.125x_A + 0.1x_B) \\ 0.03x_A + 0.06x_B \leq 700 \\ (0.6x_A + 1.2x_B) + (0.32x_A + 0.28x_B) + (0.125x_A + 0.1x_B) \leq 140000 \end{cases}$$