Esercitazione di Ricerca Operativa applicata alla logistica del 30-10-18

(Cognome)	(Nome)	(Numero di Matricola)

Esercizio 1. Una fabbrica produce tre tipi di materassi: A, B e C, utilizzando lattice e fibre sintetiche. Settimanalmente la disponibilità delle materie prime, impiegate nella produzione è pari rispettivamente a 1000 e 800 Kg. La produzione di un materasso di tipo A richiede 10 Kg di lattice e 5 Kg di fibre sintetiche. La produzione di un materasso di tipo B richiede 16 Kg di lattice e 1 Kg di fibre sintetiche. La produzione di un materasso di tipo C richiede 12 Kg di lattice e 3 Kg di fibre sintetiche. I prezzi di vendita al pubblico di un materasso di tipo A, B e C sono rispettivamente 200, 500 e 350. Determinare la produzione settimanale che massimizza il profitto sapendo che per soddisfare la richiesta di mercato la fabbrica deve produrre almeno 15 materassi di tipo A, 12 materassi di tipo B e 10 materassi di tipo C.

a) Scrivere un modello matematico che minimizzi i costi.
b) Scrivere i comandi di Matlab del problema.
c) Trovare la soluzione ottima.
d) Cosa cambierebbe nel modello se si considerasse il costo al Kg delle materie prime? Per esempio ipotizzando che sia di 15 e 5 euro al Kg rispettivamente per il lattice e per le fibre sintetiche?

Esercizio 2. Si consideri il problema di caricare un container di portata massima pari a 229 tonnellate, cercando di massimizzare il valore dei beni inseriti.

Beni	1	2	3	4	5	6
Valori	21	22	8	6	11	17
Peso	88	211	15	227	153	141

a) Calcolare una valutazione inferiore ed una superiore sia per la variante binaria che per la variante $x \in Z^n$.
b) Scrivere i comandi Matlab delle due versioni del problema.
c) Risolvere i due problemi.

Esercizio 3. Una ditta produce mattonelle in tre diversi stabilimenti (Pisa, Livorno, Pontedera) e li vende a tre imprese edili (A, B, C). Il costo (in euro) per spedire un kg di mattonelle da uno stabilimento ad un cliente è indicato nella seguente tabella:

	imprese edili		
stabilimento	A	B	C
Pisa	0.25	0.5	0.6
Livorno	0.3	0.2	0.1
Pontedera	0.5	0.3	0.2

I tre stabilimenti possono produrre al massimo 8500, 9200 e 11000 kg di mattonelle al mese. In base alle previsioni sulle vendite, la domanda mensile delle tre imprese edili è pari a 5000, 8300 e 6300 kg di mattonelle. Per bilanciare la produzione si richiede che la produzione nell'impianto con costo maggiore (quello di Livorno) sia almeno la metà della produzione nell'impianto di Pisa ed almeno un terzo della produzione nell'impianto di Pontedera. Determinare quanti kg di mattonelle deve produrre la ditta in ogni stabilimento in modo da minimizzare il costo totale.

a) Scrivere il modello matematico.
b) Scrivere i comandi Matlab.
c) Risolvere il problema.
d) Come cambia il modello se il costo di produzione delle mattonelle variasse? In particolare se la produzione costasse 9 euro/kg nello stabilimento di Pisa, 10.5 euro/kg in quello di Livorno e 10 euro/kg in quello di Pontedera?

SOLUZIONI

Esercizio 1.

variabili decisionali	modello
x_1 = n° di materassi di tipo A da produrre x_2 = n° di materassi di tipo B da produrre x_3 = n° di materassi di tipo C da produrre	$\begin{cases} \max\ 200\ x_1 + 500\ x_2 + 350\ x_3 \\ -15\ (10\ x_1 + 16\ x_2 + 12\ x_3) + \\ -5\ (5\ x_1 + x_2 + 3\ x_3) \\ 10\ x_1 + 16\ x_2 + 12\ x_3 \leq 1000 \\ 5\ x_1 + x_2 + 3\ x_3 \leq 800 \\ x_1 \geq 15 \\ x_2 \geq 12 \\ x_3 \geq 10, x \in Z^n \end{cases}$

Esercizio 2.

a) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo applicando l'algoritmo greedy.

sol. ammissibile $= (1, 0, 1, 0, 0, 0)$ $\qquad v_I(P) = 29$

sol. ammissibile $= (0, 0, 15, 0, 0, 0)$ $\qquad v_I(P) = 120$

b) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento $= \left(1, 0, 1, 0, 0, \frac{42}{47}\right)$ $\qquad v_S(P) = 44$

sol. ottima del rilassamento $= \left(0, 0, \frac{229}{15}, 0, 0, 0)\right)$ $\qquad v_S(P) = 122$

c) Trovare la soluzione ottima.

sol. ottima binaria $= (1, 0, 0, 0, 0, 1)$ $\qquad v(P) = 38$

sol. ottima intera $= (0, 0, 15, 0, 0, 0))$ $\qquad v_S(P) = 120$

Esercizio 3.

a) Modello:

$$\begin{cases} \min\ 0.25\ x_{11} + 0.5\ x_{12} + 0.6\ x_{13} + 0.3\ x_{21} + 0.2\ x_{22} + 0.1\ x_{23} + 0.5\ x_{31} + 0.3\ x_{32} + 0.2\ x_{33} \\ x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 8500 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 9200 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} \leq 11000 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 5000 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 8300 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 6300 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \geq (x_{11} + x_{12} + x_{13})/2 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \geq (x_{31} + x_{32} + x_{33})/3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

d) Modello:

$$\begin{cases} \min\ 9.25\ x_{11} + 9.5\ x_{12} + 9.6\ x_{13} + 10.8\ x_{21} + 10.7\ x_{22} + 10.6\ x_{23} + 10.5\ x_{31} + 10.3\ x_{32} + 10.2\ x_{33} \\ x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 8500 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 9200 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} \leq 11000 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 5000 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 8300 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 6300 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \geq (x_{11} + x_{12} + x_{13})/2 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} \geq (x_{31} + x_{32} + x_{33})/3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$