

(Cognome)

(Nome)

(Numero di Matricola)

Esercizio 1. Una ditta deve assegnare 4 lavori (A,B,C,D) a 4 persone con il vincolo che ogni persona fa uno ed un solo lavoro. La tabella di sinistra fornisce i costi dell'assegnamento tra persone e lavori mentre la tabella di destra fornisce il costo di formazione di ogni assegnamento. Si vuole determinare l'assegnamento di costo minimo che abbia un costo di formazione non superiore a 100.

	A	B	C	D
1	41	25	23	21
2	37	19	23	28
3	39	30	37	36
4	32	22	29	38

	A	B	C	D
1	23	24	22	53
2	22	19	23	18
3	34	26	28	36
4	31	24	25	29

Scrivere un modello matematico. Trovare una valutazione superiore ed una inferiore tramite algoritmi greedy. Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima. Trovare un metodo che determini il minimo valore del costo di formazione per cui il problema ha soluzione ottima.

Esercizio 2. Dobbiamo inscatolare degli oggetti in contenitori di capienza $C = 200$ Kg ognuno. Il peso di ogni oggetto é dato dalla tabella seguente.

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p_j	82	76	68	56	48	40	26	6	178	140	134	122

Calcolare una valutazione inferiore tramite rilassamento continuo e le valutazioni superiori tramite gli algoritmi del First-Fit decreasing, del Next-Fit decreasing e del Best-Fit decreasing. Scrivere un modello matematico per determinare il minimo numero di contenitori necessari. Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima.

Esercizio 3. Una banca offre ai suoi clienti 3 diversi tipi di prestito: mutuo casa, credito auto, credito famiglia, che rendono un interesse annuo rispettivamente del 5%, 8% e 7%. La banca ha a disposizione 350 milioni di euro e deve erogare i prestiti in modo che:

- il mutuo casa rappresenti almeno il 30% di tutti i prestiti erogati;
- il credito auto non superi il 20% di tutti i prestiti erogati;
- il tasso di interesse medio su tutti i prestiti non superi il 6.5%.

Scrivere un modello matematico che determini quanti euro erogare per ogni tipo di prestito in modo da massimizzare il suo profitto. Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima. Trovare, se esiste, un caso con differenti tassi di interesse in cui non conviene alla banca erogare una delle tre tipologia di prestito.

SOLUZIONI

Esercizio 1. E' un problema di assegnamento con il vincolo aggiuntivo sul costo di formazione:

$$23x_{11} + 24x_{12} + 22x_{13} + \dots + 24x_{42} + 25x_{43} + 29x_{44} \leq 100$$

Il problema quindi é di PLI. Un rilassamento (per esempio l'eliminazione del vincolo del costo di formazione) ci fornisce una valutazione inferiore.

Senza costo di formazione la soluzione ottima é $x = (0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0)$ di costo 104 e ci dá la v_I .

Il costo di formazione é 133 quindi non é ammissibile. Una qualunque soluzione ammissibile ci fornisce la v_S .

Esercizio 2.

NFD usa 7 contenitori, FFD ne usa 6, mentre BFD ne usa solo 5.

nfd = 1 2 3 4 5 5 6 6 7 7 7

ffd = 1 2 3 4 5 4 5 2 3 5 6 1

bfd = 1 2 3 4 5 4 5 2 5 3 3 1

La valutazione inferiore é data dalla somma dei pesi diviso per 200 (4.88) ed arrotondata per eccesso e quindi 5.

La valutazione superiore é fornita da uno degli algoritmi descritti.

Esercizio 3. Variabili decisionali:

x_1 = milioni di euro erogati per il mutuo casa

x_2 = milioni di euro erogati per il credito auto

x_3 = milioni di euro erogati per il credito famiglia

Modello:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \quad 0.05 x_1 + 0.08 x_2 + 0.07 x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 350 \\ x_1 \geq 0.3 (x_1 + x_2 + x_3) \\ x_2 \leq 0.2 (x_1 + x_2 + x_3) \\ 0.05 x_1 + 0.08 x_2 + 0.07 x_3 \leq 0.065 (x_1 + x_2 + x_3) \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$