Esercitazione di Ricerca Operativa applicata alla logistica del 21-11-2019

(Cognome)	**(Nome)**	**(Numero di Matricola)**

Esercizio 1. Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 cittÃ , le cui distanze sono indicate in tabella:

cittá	**2**	**3**	**4**	**5**
1	29	24	28	47
2		18	94	61
3			53	26
4				20

a) Scrivere un modello matematico che determini il ciclo hamiltoniano di costo minimo.
b) Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 3–albero di costo minimo ed una valutazione superiore applicando prima l'algoritmo del nodo piú vicino a partire dal nodo 3 e poi effettuando un passo di un algoritmo di ricerca locale, per migliorare la valutazione.
c) Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima.

Esercizio 2. Un ospedale deve organizzare il problema dei turni degli infermieri con programmazione settimanale. Supponiamo che l'azienda ospedaliera possa dislocare in quell'ospedale un numero di infermieri in base alle esigenze. Tali esigenze sono quantificate in modo da conoscere il numero minimo b_i di infermieri necessari per ogni giorno i della settimana e che ogni infermiere abbia il dovere di lavorare 5 giorni consecutivi ed il diritto poi a 2 giorni consecutivi di riposo. Supponiamo di avere $b = (17, 13, 15, 19, 14, 16, 11)$.

a) Scrivere un modello matematico per determinare il minimo numero di infermieri necessari.
b) Calcolare una valutazione inferiore tramite rilassamento continuo e le valutazioni superiori tramite un algoritmo greedy.
c) Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima.

Esercizio 3. In un indagine a carattere mensile dell'ufficio emigrazione, viene rilevato un flusso migratorio di 500 persone dalla Libia verso l'Italia e la Spagna. Viene stimato che 100 migranti si stabiliscono in Italia e 50 migranti si stabiliscono in Spagna, mentre i rimanenti si spostano in Francia o in Germania. I costi di trasferimento (in euro per persona) tra i vari stati sono indicati nella seguente tabella.

	Italia	Spagna	Francia	Germania
Libia	500	400		
Italia			300	400
Spagna			200	400

a) Si formuli un modello matematico per determinare i flussi mensili di migranti tra i vari stati ed il numero di persone che si stabiliscono in Francia ed in Germania, in modo che risulti minimo il costo complessivo di trasferimento dei migranti tra i vari stati.
b) Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione otttima.
c) Usare sia linprog che intlinprog. Che soluzioni ottime si trovano? Perché?

SOLUZIONI

Esercizio 1. b)

3–albero: (1 , 2) (1 , 3) (1 , 4) (2 , 3) (4 , 5)	$v_I(P) = 119$
ciclo: 3 – 2 – 1 – 4 – 5	$v_S(P) = 121$

Esercizio 2.

Introducendo le variabili x_i che rappresentano il numero di infermieri che cominciano a lavorare il giorno i, il problema si puó formulare cosí:

$$\begin{cases} \min\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \\ x_1 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq b_1 \\ x_1 + x_2 + x_5 + x_6 + x_7 \geq b_2 \\ \quad \vdots \\ x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq b_7 \\ x_i \geq 0 \qquad i = 1, \ldots, 7 \end{cases}$$

Senza il vincolo di interezza la soluzione ottima del problema é:

$$x_1 = \frac{4}{3}, \quad x_2 = \frac{10}{3}, \quad x_3 = 2, \quad x_4 = \frac{22}{3}, \quad x_5 = 0, \quad x_6 = \frac{10}{3}, \quad x_7 = 5.$$

di valore $\frac{67}{3}$ e quindi $v_I(P) = 23$.

Operando un arrotondamento si genera la soluzione:

$$x_1 = 2, \quad x_2 = 4, \quad x_3 = 2, \quad x_4 = 8, \quad x_5 = 0, \quad x_6 = 4, \quad x_7 = 5$$

e quindi si dislocherebbero 25 ($v_S(P)$) infermieri in quell'ospedale.

$x = (4, 4, 2, 6, 0, 4, 3)$ é la soluzione ottima di valore 23.

Esercizio 3.

Variabili decisionali: si indichino con $i = 1, 2, .., 5$, la Libia,l'Italia, la Spagna, la Francia e la Germania, rispettivamente e siano $x_{ij} : (i, j) \in A := \{(1, 2), (1, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5)\}$, i flussi mensili tra i vari stati. Siano b_4 e b_5 quantitá non negative da determinare.

Modello:

$$\begin{cases} \min\ 500x_{12} + 400x_{13} + 300x_{24} + 400x_{25} + 200x_{34} + 400x_{35} \\ x_{12} + x_{13} = 500 \\ x_{12} - x_{24} - x_{25} = 100 \\ x_{13} - x_{34} - x_{35} = 50 \\ x_{24} + x_{34} = b_4 \\ x_{25} + x_{35} = b_5 \\ b_4 + b_5 = 350 \\ x_{ij} \geq 0,\ (i, j) \in A \\ b_4, b_5 \geq 0 \end{cases}$$