

(Cognome)

(Nome)

(Numero di Matricola)

Esercizio 1. Una concessionaria di auto deve aprire nuove filiali. Le città candidate ad ospitare le filiali sono date in tabella insieme alle zone da servire e ai tempi medi di percorrenza. Accettabile risulta aprire filiali che distano al massimo 100 minuti dalle zone da servire.

zone	cittá				
	Livorno	Pisa	Lucca	Pontedera	Viareggio
1	30	15	105	45	130
2	60	30	45	150	90
3	120	45	75	120	120
4	30	50	15	30	90
5	90	40	90	60	140
6	180	120	160	80	40

Effettuare, se possibile, una riduzione e poi scrivere un modello matematico per decidere quante filiali aprire e dove posizionarle minimizzandone il numero. Calcolare una valutazione inferiore ed una valutazione superiore tramite algoritmi greedy e risolvere il problema. Quale risulta la zona servita peggio? Se l'azienda potesse aprire una sola filiale, dove la posizionerebbe avendo come obiettivo che sia minima la distanza della zona servita peggio.

Esercizio 2. Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

cittá	2	3	4	5
1	10	41	62	92
2		27	54	56
3			11	13
4				94

Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 2-albero di costo minimo ed una superiore applicando l'algoritmo del nodo piú vicino a partire dal nodo 5. Trovare la soluzione ottima. Se nel ciclo fossi obbligato a passare da almeno una tra le strade (4,5) e (1,5) come cambierebbe il modello? E la soluzione ottima cambierebbe?

Esercizio 3. Una ditta realizza tre tipi di pitture (A,B e C) utilizzando tre reparti ognuno dei quali puó produrre ogni tipo di pittura. I tempi di lavorazione, la capacità settimanale di ogni reparto ed il costo orario del reparto sono riportati nella seguente tabella. La produzione di pittura di tipo A deve essere compresa tra il 50 ed il 70 per cento del totale.

Reparto	A	B	C	Capacitá	Costo euro/ora
1	0.18	0.21	0.24	90	3.52
2	0.2	0.18	0.2	85	4.18
3	0.12	0.22	0.23	80	3.98

Il prezzo di vendita delle tre pitture al quintale é di 18, 21 e 24 euro rispettivamente. Determinare quanto e dove produrre settimanalmente dei diversi tipi di pittura per massimizzare il profitto. Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima. Se le pitture fossero messe in contenitori da un quintale cosa cambierebbe nel modello? E la soluzione trovata prima cosa rappresenterebbe? Quale sarebbe la soluzione ottima?

SOLUZIONI

Esercizio 1.

La riga 4 si può eliminare. La valutazione inferiore é data dal rilassamento continuo (PL) $x = (0, 0, 1, 1, 0)$ che dá una $v_I = 2$. L'algoritmo di arrotondamento dá come soluzione ammissibile e quindi valutazione inferiore la stessa e quindi siamo all'ottimo.

Per la massima copertura calcoliamo il vettore $u = ()$ che ci dá come soluzione ammissibile $x = ()$ di valore che rappresenta la v_I . La PL ci fornisce la soluzione ottima $x = ()$ di valore . Siamo quindi all'ottimo.

Esercizio 2.

2-albero: $(1, 2) (1, 3) (2, 3) (3, 4) (3, 5)$ con $v_I(P) = 102$

ciclo: $5 - 3 - 4 - 2 - 1$ con $v_S(P) = 180$

Bisognerebbe aggiungere il vincolo $x_{15} + x_{45} \geq 1$

Esercizio 3.

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \quad 17.3664 x_{1A} + 17.164 x_{2A} + 17.5224 x_{3A} + 20.2608 x_{1B} + 20.2476 x_{2B} \\ \quad + 20.1244 x_{3B} + 23.1552 x_{1C} + 23.1222 x_{2C} + 23.0846 x_{3C} \\ 0.18 x_{1A} + 0.21 x_{1B} + 0.24 x_{1C} \leq 90 \\ 0.2 x_{1A} + 0.18 x_{1B} + 0.21 x_{1C} \leq 85 \\ 0.12 x_{1A} + 0.22 x_{1B} + 0.23 x_{1C} \leq 80 \\ 0.5 x_{1A} + 0.5 x_{2A} + 0.5 x_{3A} - 0.5 x_{1B} - 0.5 x_{2B} \\ - 0.5 x_{3B} - 0.5 x_{1C} - 0.5 x_{2C} - 0.5 x_{3C} \geq 0 \\ -0.3 x_{1A} - 0.3 x_{2A} - 0.3 x_{3A} + x_{1B} + x_{2B} \\ x_{3B} + x_{1C} + x_{2C} + x_{3C} \geq 0 \\ x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad j = A, B, C \end{array} \right.$$

Soluzione ottima $x = (103.17, 0, 666.67, 0, 472.22, 0, 297.62, 0, 0)$ di valore 29926.17.