

Esercitazione di Ricerca Operativa

Esercizio 1. Una fabbrica produce tre tipi di materassi: A, B e C, utilizzando lattice e fibre sintetiche. Settimanalmente la disponibilità delle materie prime, impiegate nella produzione è pari rispettivamente a 1000 e 800 Kg. Il costo al Kg delle materie prime è di 15 e 5 rispettivamente per il lattice e le fibre sintetiche. La produzione di un materasso di tipo A richiede 10Kg di lattice e 5 Kg di fibre sintetiche. La produzione di un materasso di tipo B richiede 16 Kg di lattice e 1 Kg di fibre sintetiche. La produzione di un materasso di tipo C richiede 12 Kg di lattice e 3 Kg di fibre sintetiche. I prezzi di vendita al pubblico di un materasso di tipo A, B e C sono rispettivamente 200, 500 e 350. Determinare la produzione settimanale che massimizza il profitto sapendo che per soddisfare la richiesta di mercato, la fabbrica deve produrre almeno 15 materassi di tipo A, 12 materassi di tipo B e 10 materassi di tipo C.

Esercizio 2. Completare la seguente tabella considerando il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \max & 5x_1 - 6x_2 \\ & x_2 \leq 3 \\ & -x_1 \leq 2 \\ & x_1 \leq 2 \\ & x_1 - x_2 \leq 3 \\ & -3x_1 - 2x_2 \leq 6 \\ & -x_2 \leq 5 \end{cases}$$

Indici di base	Vettore	Ammissibile (si/no)	Degenera (si/no)
4, 6	$x =$		
2, 5	$y =$		

Esercizio 3. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del semplice primale per il problema dell'esercizio 2.

	Iterazione 1	Iterazione 2
Indici di base	1, 2	
x		
Valore della funzione obiettivo		
y		
Indice uscente		
Rapporti		
Indice entrante		

Esercizio 4. Dato il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \min 3 y_1 - 7 y_2 + 5 y_3 + 22 y_4 + 14 y_5 + 15 y_6 \\ -y_1 - y_2 + 3 y_4 + 2 y_5 + 2 y_6 = 2 \\ y_1 - 4 y_2 + y_3 + 2 y_4 + y_5 - 2 y_6 = 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso duale.

	passo 1	passo 2
Indici di base	4, 6	
y		
valore della funzione obiettivo		
x		
k (indice entrante)		
rapporti		
h (indice uscente)		

Esercizio 5. Dato il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \min 3 y_1 - 7 y_2 + 5 y_3 + 22 y_4 + 14 y_5 + 15 y_6 \\ -y_1 - y_2 + 3 y_4 + 2 y_5 + 2 y_6 = 2 \\ y_1 - 4 y_2 + y_3 + 2 y_4 + y_5 - 2 y_6 = 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

applicare l'algoritmo duale-ausiliario per la determinazione di una base duale ammissibile.

SOLUZIONI

Esercizio 1. Una fabbrica produce tre tipi di materassi: A, B e C, utilizzando lattice e fibre sintetiche. Settimanalmente la disponibilità delle materie prime, impiegate nella produzione è pari rispettivamente a 1000 e 800 Kg. Il costo al Kg delle materie prime è di 15 e 5 rispettivamente per il lattice e le fibre sintetiche. La produzione di un materasso di tipo A richiede 10Kg di lattice e 5 Kg di fibre sintetiche. La produzione di un materasso di tipo B richiede 16 Kg di lattice e 1 Kg di fibre sintetiche. La produzione di un materasso di tipo C richiede 12 Kg di lattice e 3 Kg di fibre sintetiche. I prezzi di vendita al pubblico di un materasso di tipo A, B e C sono rispettivamente 200, 500 e 350. Determinare la produzione settimanale che massimizza il profitto sapendo che per soddisfare la richiesta di mercato, la fabbrica deve produrre almeno 15 materassi di tipo A, 12 materassi di tipo B e 10 materassi di tipo C. (Ignorare il vincolo di interezza)

variabili decisionali	modello
$x_1 = \text{n}^\circ \text{ di materassi di tipo A da produrre}$ $x_2 = \text{n}^\circ \text{ di materassi di tipo B da produrre}$ $x_3 = \text{n}^\circ \text{ di materassi di tipo C da produrre}$	$\begin{cases} \max & 200 x_1 + 500 x_2 + 350 x_3 \\ & -15 (10 x_1 + 16 x_2 + 12 x_3) + \\ & -5 (5 x_1 + x_2 + 3 x_3) \\ & 10 x_1 + 16 x_2 + 12 x_3 \leq 1000 \\ & 5 x_1 + x_2 + 3 x_3 \leq 800 \\ & x_1 \geq 15 \\ & x_2 \geq 12 \\ & x_3 \geq 10 \end{cases}$

Esercizio 2. Completare la seguente tabella considerando il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \max & 5 x_1 - 6 x_2 \\ & x_2 \leq 3 \\ & -x_1 \leq 2 \\ & x_1 \leq 2 \\ & x_1 - x_2 \leq 3 \\ & -3 x_1 - 2 x_2 \leq 6 \\ & -x_2 \leq 5 \end{cases}$$

Indici di base	Vettore	Ammissibile (si/no)	Degenerare (si/no)
4, 6	$x = (-2, -5)$	NO	SI
2, 5	$y = (0, -14, 0, 0, 3, 0)$	NO	NO

Esercizio 3. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso primale per il problema dell'esercizio 2.

	Iterazione 1	Iterazione 2
Indici di base	1, 2	2, 5
x	$(-2, 3)$	$(-2, 0)$
Valore della funzione obiettivo	-28	-10
y	$(-6, -5, 0, 0, 0, 0)$	$(0, -14, 0, 0, 3, 0)$
Indice uscente	1	2
Rapporti	8, 3, 8	4, 2, $\frac{10}{3}$
Indice entrante	5	4

Esercizio 4. Dato il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \min & 3 y_1 - 7 y_2 + 5 y_3 + 22 y_4 + 14 y_5 + 15 y_6 \\ & -y_1 - y_2 + 3 y_4 + 2 y_5 + 2 y_6 = 2 \\ & y_1 - 4 y_2 + y_3 + 2 y_4 + y_5 - 2 y_6 = 1 \\ & y \geq 0 \end{cases}$$

effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso duale.

	passo 1	passo 2
Indici di base	4, 6	5, 6
y	$\left(0, 0, 0, \frac{3}{5}, 0, \frac{1}{10}\right)$	$(0, 0, 0, 0, 1, 0)$
valore della funzione obiettivo	$\frac{147}{10}$	14
x	$\left(\frac{37}{5}, -\frac{1}{10}\right)$	$\left(\frac{43}{6}, -\frac{1}{3}\right)$
k (indice entrante)	5	2
rapporti	1, 1	0
h (indice uscente)	4	6