

(Cognome)

(Nome)

(Numero di Matricola)

**Esercizio 1.** Supponiamo di avere la seguente matrice di costi per un problema di TSP:

	1	2	3	4	5
1	-	33	13	25	33
2	33	-	46	58	76
3	39	33	-	12	30
4	35	29	12	-	23
5	60	54	30	23	-

- Scrivere un modello matematico che determini il ciclo di costo minimo.
- Trovare una valutazione inferiore utilizzando il rilassamento dell'assegnamento di costo minimo ed una superiore utilizzando l'algoritmo delle toppe.
- Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima.

**Esercizio 2.** Sia dato il seguente problema di bin-packing:

$j$	1	2	3	4	5	6	7	
$p_j$	79	93	24	45	40	23	47	$C = 100$

- Scrivere un modello matematico per determinare il minimo numero di contenitori necessari.
- Calcolare una valutazione inferiore tramite rilassamento continuo e le valutazioni superiori tramite gli algoritmi del First-Fit decreasing, del Next-Fit decreasing e del Best-Fit decreasing.
- Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima.

**Esercizio 3.** Due aziende  $A1$  e  $A2$  necessitano di smaltire i loro rifiuti tossici (misurati in tonnellate  $t$ ) e possono scegliere, a tal fine, le discariche  $D1$ ,  $D2$  e  $D3$ . Nella seguente tabella sono indicati i costi unitari di smaltimento (euro/ $t$ ) dei rifiuti delle singole aziende nelle tre discariche, unitamente alle quantità che ciascuna azienda deve smaltire (QS) e alle capacità di smaltimento (CS) delle discariche.

	D1	D2	D3	QS
A1	5	3	4	120
A2	4	7	3	230
CS	200	150	100	

- Si formuli un modello matematico per determinare un programma di smaltimento dei rifiuti tossici in modo che risulti minimo il costo complessivo di smaltimento.
- Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima.
- Nell'ulteriore ipotesi che l'utilizzo delle discariche  $D2$  e  $D3$  é subordinato al fatto che la discarica  $D1$  abbia saturato la sua capacità di smaltimento, come cambia il modello? E la soluzione ottima?

# SOLUZIONI

## Esercizio 1.

L'ottimo del rilassamento é formato da due cicli: 1-3-2-1 e 4-5-4,  $v_I(P) = 125$ .

L'algoritmo delle toppe trova il ciclo 1-3-5-4-2-1,  $v_S(P) = 128$ .

## Esercizio 3.

Variabili decisionali:

Si indichi con  $x_{ij}$  la quantità di rifiuti tossici dell'industria  $A_i$  da smaltire nella discarica  $D_j$ ,  $i = 1, 2$ ,  $j = 1, 2, 3$ .

Modello:

$$\begin{cases} \min 5x_{11} + 3x_{12} + 4x_{13} + 4x_{21} + 7x_{22} + 3x_{23} \\ x_{11} + x_{12} + x_{13} = 120 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 230 \\ x_{11} + x_{21} = 200 \\ x_{12} + x_{22} \leq 150 \\ x_{13} + x_{23} \leq 100 \\ x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2 \quad j = 1, 2, 3 \end{cases}$$