

Esercitazione 11-4-18

Esercizio 1. Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

città	2	3	4	5
1	24	21	20	9
2		23	40	13
3			30	25
4				28

a) Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 5–albero di costo minimo.

5–albero:	$v_I(P) =$
-----------	------------

b) Trovare una valutazione superiore applicando l’algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 1.

ciclo:	$v_S(P) =$
--------	------------

c) Risolvere il problema con l’algoritmo del *Branch and Bound*, utilizzando il 5–albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell’ordine, le variabili x_{34} , x_{24} e x_{45} .

ciclo ottimo =
costo =

Esercizio 2. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \max & 5x_1 + 14x_2 \\ & 18x_1 + 8x_2 \leq 55 \\ & 14x_1 + 18x_2 \leq 61 \\ & x_i \in \mathbb{Z}_+ \end{cases}$$

a) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento = $v_S(P) =$

b) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo applicando un algoritmo greedy.

sol. ammissibile = $v_I(P) =$

c) Calcolare un taglio di Gomory.

$r =$ taglio:

Esercizio 3. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \min 8 x_1 + 7 x_2 \\ 15 x_1 + 10 x_2 \geq 42 \\ 8 x_1 + 12 x_2 \geq 43 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

a) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento = $v_S(P) =$

b) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo arrotondando la soluzione ottima del rilassamento.

sol. ammissibile = $v_I(P) =$

c) Calcolare un taglio di Gomory.

$r =$ taglio:

Esercizio 4. Si consideri il problema di caricare un container di volume pari a 229 metri cubi, cercando di massimizzare il valore dei beni inseriti (ogni bene può essere inserito al massimo una volta).

Beni	1	2	3	4	5	6
Valori	21	22	8	6	11	17
Volumi	88	211	15	227	153	141

a) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo applicando l'algoritmo greedy.

sol. ammissibile = $v_I(P) =$

b) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento = $v_S(P) =$

c) Risolvere il problema applicando il metodo del *Branch and Bound*. Effettuare la visita dell'albero per ampiezza e in ogni nodo istanziare l'eventuale variabile frazionaria.

SOLUZIONI

Esercizio 1. Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

città	2	3	4	5
1	24	21	20	9
2		23	40	13
3			30	25
4				28

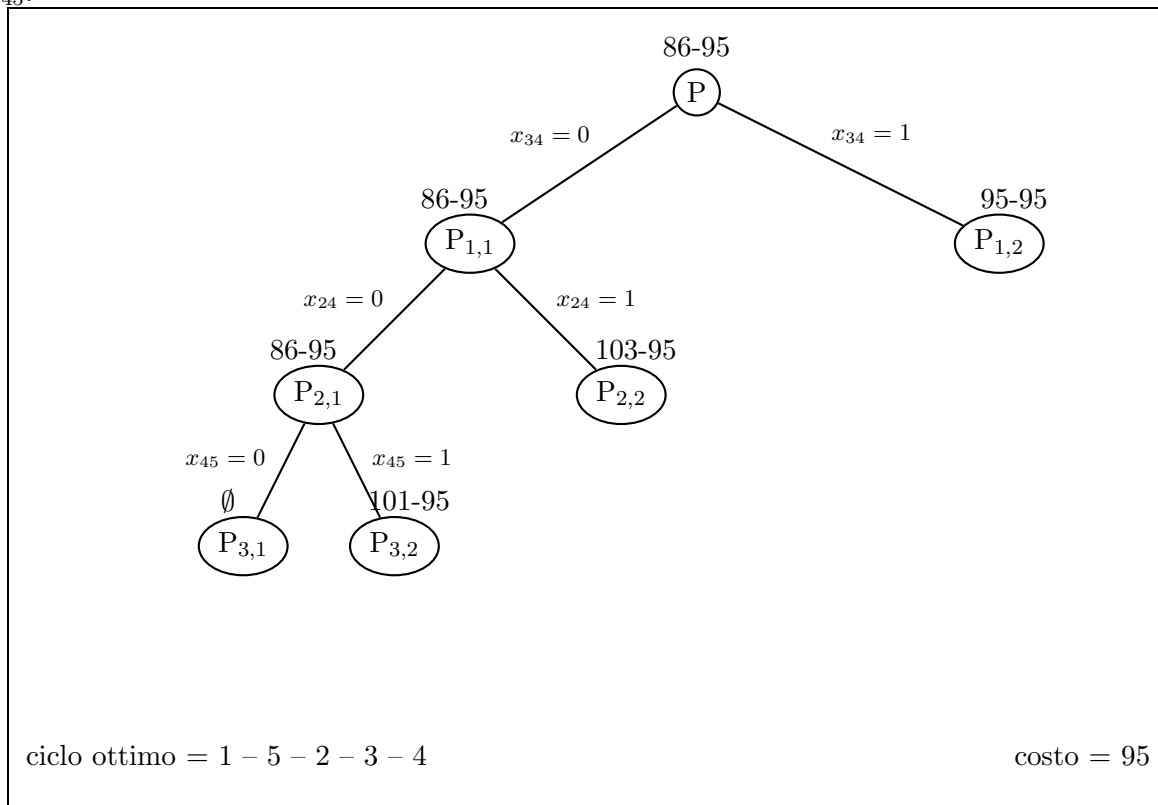
a) Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 5-albero di costo minimo.

5-albero: (1,3) (1,4) (1,5) (2,3) (2,5) $v_I(P) = 86$

b) Trovare una valutazione superiore applicando l'algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 1.

ciclo: 1-5-2-3-4-1 $v_S(P) = 95$

c) Risolvere il problema con l'algoritmo del *Branch and Bound*, utilizzando il 2-albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell'ordine, le variabili x_{34} , x_{24} e x_{45} .



Esercizio 2. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \max & 5x_1 + 14x_2 \\ & 18x_1 + 8x_2 \leq 55 \\ & 14x_1 + 18x_2 \leq 61 \\ & x_i \in \mathbb{Z}_+ \end{cases}$$

a) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

ottimo rilassamento = (0 , 61/18) $v_S(P) = 47$

b) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo applicando un algoritmo greedy.

sol. ammissibile = (0 , 3) $v_I(P) = 42$

c) Calcolare un taglio di Gomory.

$r = 2$	taglio: $x_2 \leq 3$
$r = 3$	taglio: $7x_1 + 10x_2 \leq 33$

Esercizio 3. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \min 8x_1 + 7x_2 \\ 15x_1 + 10x_2 \geq 42 \\ 8x_1 + 12x_2 \geq 43 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

a) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento = $\left(\frac{74}{100}, \frac{309}{100}\right)$	$v_I(P) = 28$
---	---------------

b) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo arrotondando la soluzione ottima del rilassamento.

sol. ammissibile = $(1, 4)$	$v_S(P) = 36$
-----------------------------	---------------

c) Calcolare un taglio di Gomory.

$r = 1$	$7x_1 + 5x_2 \geq 21$
$r = 2$	$8x_1 + 11x_2 \geq 40$

Esercizio 4. Si consideri il problema di caricare un container di volume pari a 229 metri cubi, cercando di massimizzare il valore dei beni inseriti (ogni bene può essere inserito al massimo una volta).

Beni	1	2	3	4	5	6
Valori	21	22	8	6	11	17
Volumi	88	211	15	227	153	141

a) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo applicando l'algoritmo greedy.

sol. ammissibile = $(1, 0, 1, 0, 0, 0)$	$v_I(P) = 29$
---	---------------

b) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento = $\left(1, 0, 1, 0, 0, \frac{42}{47}\right)$	$v_S(P) = 44$
--	---------------

c) Risolvere il problema applicando il metodo del *Branch and Bound*. Effettuare la visita dell'albero per ampiezza e in ogni nodo istanziare l'eventuale variabile frazionaria.

