

(Cognome)

(Nome)

(Numero di Matricola)

Esercizio 1. Una azienda ha a disposizione 10 squadre di lavoratori. Per svolgere un'attività bisogna garantire la presenza di almeno una squadra di lavoratori in qualunque momento della giornata. Nella tabella che segue sono riportati gli orari in cui lavora ogni squadra ed il costo di ogni squadra.

Squadra	Orario	Costo
1	23-7	7
2	2-9	7
3	5-12	5
4	7-14	5
5	9-16	5
6	12-19	5
7	14-21	5
8	16-23	5
9	19-2	7
10	21-5	7

- Scrivere un modello matematico per minimizzare il costo totale.
- Determinare una valutazione superiore ed una inferiore.
- Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima.

Esercizio 2. Si consideri il problema di caricare un container che possa portare al massimo 186 chili, cercando di massimizzare il valore dei beni inseriti (ogni bene può essere inserito al massimo una volta).

Beni	1	2	3	4	5	6
Valori	18	22	6	15	13	17
Pesi	104	43	21	4	13	61

- Calcolare una valutazione inferiore ed una valutazione superiore del valore ottimo.
- Scrivere i comandi Matlab e risolvere il problema.
- Come cambierebbe la soluzione ottima se si potesse caricare ogni bene più di una volta e il container avesse una portata massima di 500 chili?

Esercizio 3. Un impianto produce due tipi di laminati A e B. L'impianto contiene un reparto materie prime, uno di taglio e due reparti R_A e R_B per le finiture. Le capacità produttive di ogni reparto sono espresse in ore lavorative per settimana ed i tempi di lavorazione di ogni reparto sono espressi in ore lavorative per tonnellata di laminato prodotta. Il guadagno è riferito ad ogni tonnellata prodotta.

	Capacità	A	B
Materia Prima	120	30	20
Taglio	80	10	20
R_A	62	20	
R_B	105		30
guadagno		840	1120

- Scrivere un modello matematico che determini il piano di produzione che massimizza il guadagno.
- Scrivere i comandi Matlab e trovare la soluzione ottima.
- Per aumentare la produttività sarebbe meglio avere più ore disponibili in quale reparto? Perché?
- Supponiamo che il guadagno del laminato A cominci a salire per ragioni di mercato. Fermi restando i vincoli di capacità dell'impianto, come cambia la soluzione ottima?

SOLUZIONI

Esercizio 1. La formulazione del problema é la seguente:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min 7x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 5x_4 + 5x_5 + 5x_6 + 5x_7 + 5x_8 + 7x_9 + 7x_{10} \\ x_1 + x_2 + x_3 \geq 1 \\ x_2 + x_3 + x_4 \geq 1 \\ x_3 + x_4 + x_5 \geq 1 \\ x_4 + x_5 + x_6 \geq 1 \\ x_5 + x_6 + x_7 \geq 1 \\ x_6 + x_7 + x_8 \geq 1 \\ x_7 + x_8 + x_9 \geq 1 \\ x_8 + x_9 + x_{10} \geq 1 \\ x_9 + x_{10} + x_1 \geq 1 \\ x_{10} + x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_i \in \{0, 1\} \quad i = 1, \dots, 8 \end{array} \right.$$

Soluzioni ottime: $x = (0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1)$ di costo 22 ma non é unica.

Soluzione ottima del rilassamento continuo $x = (1/3, 1/3, 1/3, 1/3, 1/3, 1/3, 1/3, 1/3, 1/3, 1/3)$ di valore $58/3$ e quindi $v_I = 20$; se arrotondiamo pe recesso otteniamo $v_S = 58$

Esercizio 2.

a) sol. ammissibile = $(0, 1, 1, 1, 1, 1)$ e $v_I(P) = 73$

sol. ottima del rilassamento = $\left(\frac{11}{26}, 1, 1, 1, 1, 1\right)$ e $v_S(P) = 80$ dopo arrotondamento.

b) soluzione ottima = $(1, 1, 1, 1, 1, 0)$ valore ottimo = 74.

c) soluzione ottima = $(0, 0, 0, 125, 0, 0)$ valore ottimo = 1875.

Esercizio 3.

a) variabili decisionali:

x_A = tonnellate di laminato A prodotte.

x_B = tonnellate di laminato B prodotte.

$$\text{modello: } \left\{ \begin{array}{l} \max 840 x_A + 1120 x_B \\ 30 x_A + 20 x_B \leq 120 \\ 10 x_A + 20 x_B \leq 80 \\ 20 x_A \leq 62 \\ 30 x_B \leq 105 \\ x_A, x_B \geq 0. \end{array} \right.$$

b) soluzione ottima $(x_A, x_B) = (2, 3)$.

c) Bisogna aumentare le ore dei reparti Materia prima e Taglio che si sono esaurite all'ottimo.