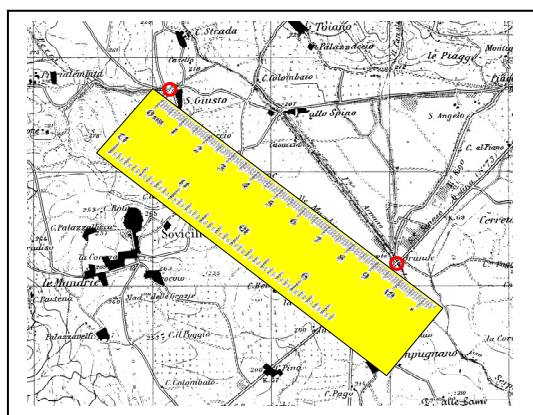
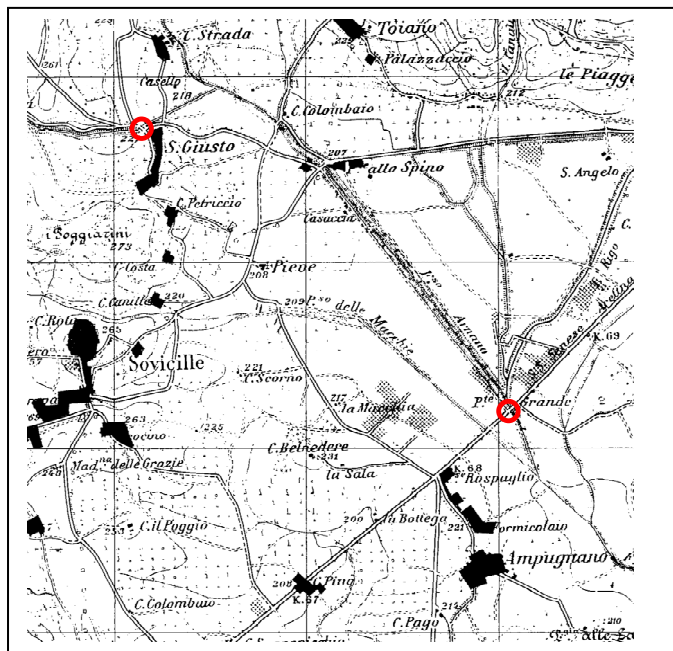


Misure di base su una carta

Calcoli di distanze

Per calcolare la distanza tra due punti su una carta disegnata si opera nel modo seguente:

1. Occorre identificare la scala della carta o ricorrendo alle scritte ausiliarie che compaiono a lato della carta stessa o riconoscendo la scala da altri fattori. (Con riferimento alla figura a lato, riconosciamo la scala 1:25000)
2. Si identificano i due punti di cui vogliamo conoscere la distanza (i due simboli circolari in località San Giusto, a sinistra in alto, e in località Ponte Grande, a destra in basso)
3. Con un righello misuriamo la distanza tra i due punti e leggiamo il valore (96 mm)



4. Se la distanza sulla carta è di 96 mm e la scala della carta è 1:25000, la distanza tra i due punti nel mondo reale (località San Giusto e località Ponte Grande) è 96×25000 mm cioè 2400 m.

La distanza tra i due punti si può calcolare anche con un secondo sistema, confrontando cioè la distanza tra i due punti (96 mm) e la dimensione del reticolo disegnato sulla carta (40 mm). Poiché il reticolo ha, per questo tipo di carta, una dimensione nota di 1km x 1km, con una semplice proporzione si ricava che, se 40 mm corrispondono a 1 km, 95 mm corrispondono a 2,4 km.

Questo secondo sistema si può usare quando non si può leggere, per qualsiasi motivo, la scala della carta, ma si può usare anche quando la carta è stata ingrandita o ridotta da una fotocopiatrice, o quando la carta viene presentata su uno schermo con un ingrandimento sconosciuto. In questi casi non è possibile conoscere la scala, ma questo secondo sistema di misura funziona comunque, in quanto si appoggia ad un'unità di misura (il reticolo) che è stato ridotto o ingrandito della stessa quantità degli oggetti da misurare.

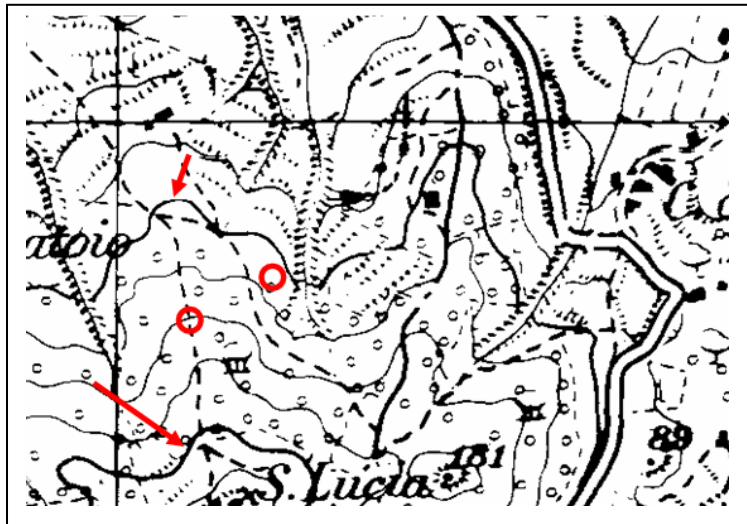
Calcoli di quote

Per calcolare la quota di un punto occorre utilizzare le informazioni morfologiche presenti sulla carta, cioè le curve di livello e i punti quotati.

Se siamo fortunati, può darsi che il punto di cui desideriamo conoscere la quota sia proprio lui fornito di una quota, come può capitare nel caso della cima di un monte o di un incrocio stradale, o che si trovi su una curva di livello, e in tal caso la sua quota sarà quella della curva. Normalmente però non sarà così e occorrerà utilizzare una tecnica diversa.

Con riferimento alla figura a lato, immaginiamo di voler calcolare la quota dei due punti segnati con un piccolo cerchio.

Innanzitutto riconosciamo il tipo di carta (IGM 1:25000) e l'equidistanza, corrispondente a 25 m; quindi, utilizzando alcuni punti quotati (quota 181 al centro in basso e quota 89 in basso a destra) identifichiamo come curva direttrice a quota 200 quella indicata da una freccia lunga e curva direttrice a quota 100 quella indicata da una freccia corta.



Il punto più a sinistra giace esattamente su una curva di livello che, viste le curve direttrici a 200 e 100 m, ha quota 150; tale è quindi la quota di tale punto.

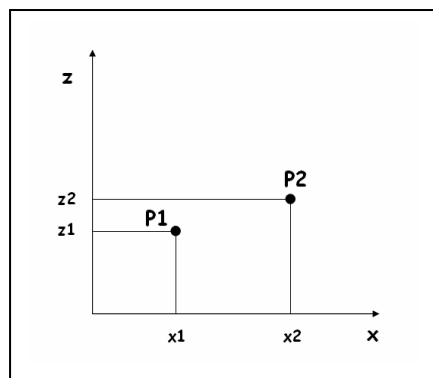
L'altro punto non giace su una curva di livello; si trova circa a metà tra la 100 e la 125 e possiamo approssimare la sua quota a circa 110 m.

Calcoli di pendenze

La pendenza tra due punti è definita come il rapporto tra la differenza di quota e la distanza intercorrente tra i due punti.

Dati i due punti P1 e P2 nella figura a lato, siano x_1 e x_2 le coordinate sull'asse delle ascisse per i due punti e z_1 e z_2 le rispettive quote. La pendenza è data da

$$P = \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1}$$



La pendenza può essere espressa in percentuale ($P * 100$) o come angolo ($\arctag(P)$). Si noti che una pendenza del 100% corrisponde ad un angolo di 45° .

Dai paragrafi precedenti abbiamo imparato a calcolare le quote dei punti e la loro distanza, pertanto sarà facile calcolare anche la pendenza del segmento che li collega. Per esempio, dati due punti su un tratto di strada rettilineo, potremo calcolare la pendenza media della strada. Questa misura presenta due inconvenienti; la pendenza è una pendenza media e non è affatto detto che sia costante in ciascun punto della strada, anzi, quasi sicuramente, in alcuni punti avremo una pendenza maggiore del valor medio e in altri una pendenza minore.. Inoltre, se per caso la strada non è rettilinea e presenta alcune curve, la distanza tra i due punti non corrisponde alla lunghezza effettiva della strada, e la pendenza calcolata sarà superiore alla pendenza reale.

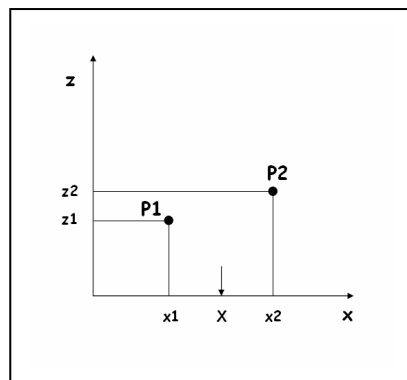
Da questa e da altre considerazioni nasce l'idea di considerare la pendenza del terreno in un punto. Ma se per calcolare la pendenza occorrono due punti, come si fa a calcolare la pendenza in un punto? Il processo che seguiremo è praticamente identico a quello usato per il passaggio al limite di una funzione.

Supponiamo di voler calcolare la pendenza in un punto a coordinata X . L'esempio della figura a lato riporta, per semplicità, la situazione in una sola dimensione (la X), anziché in due dimensioni (X e Y). Sceglieremo due punti P1 e P2 di coordinate X_1 e X_2 tali che

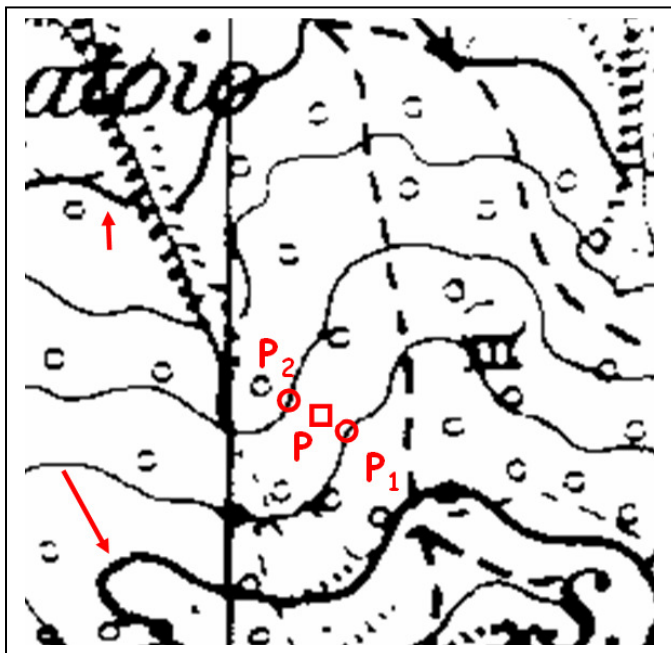
$$X_2 - X = X - X_1 = d$$

Calcoliamo quindi le quote dei punti P1 e P2 e procediamo come nel caso precedente.

Una volta calcolata la pendenza tra i punti P2 e P1 diremo che quella è la pendenza che associamo al punto P di coordinata X . E' evidente che quest'ultima assunzione non è corretta e vale soltanto se d è infinitamente piccolo; purtroppo nel nostro contesto non è possibile ridurre d piccolo a piacere e ci acconteremo di ridurlo più piccolo possibile.



Lavoriamo sempre su una carta IGM 1:25000, con equidistanza di 25 m, fortemente ingrandita per apprezzare gli aspetti grafici. Supponiamo di aver determinato la quota delle curve di livello direttrici: 200 m per quella indicata dalla freccia lunga e 100 m per quella indicata dalla freccia corta.



Sia P il punto di cui si vuol valutare la pendenza (o meglio la pendenza in un suo intorno) rappresentato dal simbolo quadrato. Dobbiamo trovare due punti, opposti rispetto a P e in un intorno di P quanto più piccolo possibile, di cui conosciamo la distanza e la differenza di quota. E' possibile calcolare la distanza tra due punti qualunque nel piano col metodo descritto precedentemente per cui possiamo scegliere i due punti nel modo che vogliamo. Per quanto riguarda la quota, però, non abbiamo questa libertà: per conoscere la quota dei due punti dovremo sceglierli in modo che cadano sulle curve di livello.

Prendiamo quindi i punti P_1 e P_2 col seguente criterio: consideriamo una retta r_1 che passa per P e che incrocia l'isoipsa inferiore e quella superiore in due punti: tali punti disteranno d_1 . Se consideriamo un'altra retta r_2 , sempre passante per P, ma con un'angolazione diversa, anch'essa incrocerà le due isoipse in due punti che disteranno d_2 . Tra tutte le possibili rette r_i scegliamo quella dove d_i sia minimo; i punti P_1 e P_2 così ottenuti sono tali che:

- possiamo conoscere la distanza tra i due punti (supponiamo sia d)
- conosciamo la quota dei due punti (P_1 ha quota 175 e P_2 ha quota 150) e quindi possiamo conoscere la differenza di quota (ancora più facilmente la differenza di quota corrisponde al passo dell'isoipsa)
- non esistono punti più vicini tra loro, opposti a P, di cui possiamo conoscere la quota.

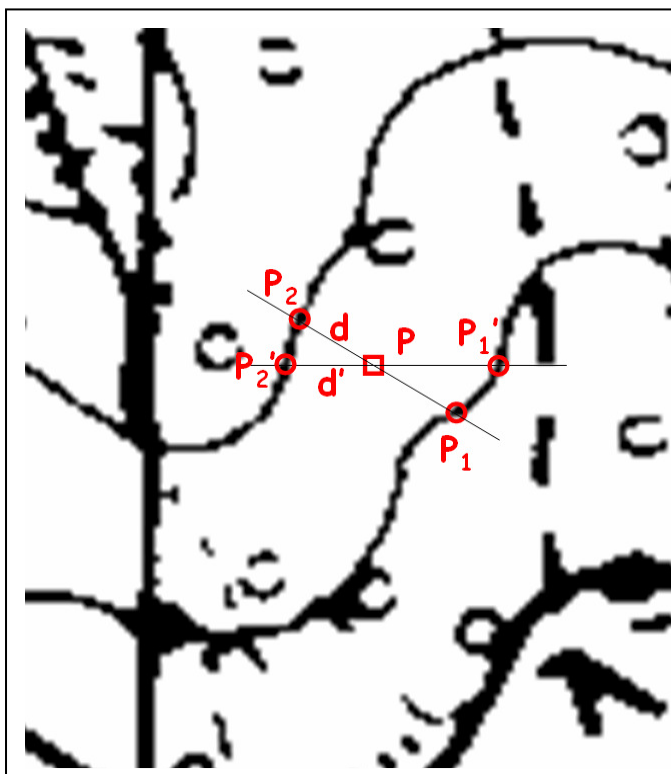
La pendenza nell'intorno di P sarà quindi $25/d$. La misura può ritenersi abbastanza buona perchè i due punti P_1 e P_2 sono abbastanza vicini.

Scegliere i due punti P_1 e P_2 col criterio che abbiamo usato è una scelta corretta oltre che per la massima vicinanza possibile tra i due punti, anche per un altro importante motivo.

Continuiamo a utilizzare l'immagine del caso precedente, ma ulteriormente ingrandita.

Abbiamo detto di scegliere i punti P_1 e P_2 utilizzando, tra tutte le rette passanti per P , quelle che generano, nell'intersezione con le due isoipse, due punti più vicini possibile (nella figura a distanza d).

Supponiamo adesso di utilizzare un'altra retta, sempre passante per P , ma con angolazione diversa dalla precedente, nella figura la retta quasi orizzontale. Tale retta interseca le isoipse nei punti P_1' e P_2' . Se calcolassimo la pendenza nell'intorno di P usando questa retta, avremmo come risultato $25/d'$. La differenza di quota è ovviamente la stessa, ma la distanza d' è maggiore di d e quindi la nuova pendenza è minore della precedente.



Questo valore non è di per sé errato e corrisponde alla pendenza che si incontra muovendosi lungo la seconda retta, nella figura quella quasi orizzontale. In pratica, se un osservatore che si trova in P si muove lungo la retta obliqua (quella del primo caso) trova una pendenza maggiore rispetto a quella che trova muovendosi lungo la retta orizzontale (quella del secondo caso). Più in generale un osservatore che si trova in P vede una quantità infinita di pendenze, a seconda della direzione in cui si muove. Un buon esempio è quello di uno sciatore che, se vuole stare fermo in un punto, mette gli sci perpendicolari alla linea di massima pendenza (o paralleli alla curva di livello che passa per quel punto); se desidera la massima accelerazione orienta invece gli sci paralleli alla linea di massima pendenza (la direzione della retta obliqua), e ha infinite possibilità intermedie.

Fra tutte le possibili pendenze che possiamo calcolare nell'intorno di un punto P , definiremo come pendenza quella maggiore. Pertanto la scelta di P_1 e P_2 che abbiamo fatto è corretta sia perché l'errore che noi facciamo nel calcolare la pendenza e associarla al punto P diminuisce se d diminuisce, sia perché così facendo si sceglie la pendenza corretta.

Esposizione

L'esposizione è la direzione, misurata sul piano, verso la quale si ha la massima pendenza. Si può esprimere con un angolo calcolato in senso orario utilizzando il Nord come riferimento (azimuth). Nel caso dell'esempio precedente l'esposizione è circa 300 gradi. È possibile anche immaginare di dividere il piano in settori; per esempio 4 settori così definiti: Nord tra -45° e $+45^\circ$, Est tra 45° e 135° , Sud tra 135° e 215° e Ovest tra 215° e 315° ($=-45^\circ$). Utilizzando questo criterio, l'esposizione del punto P dell'esempio è Ovest. La divisione del piano in settori può essere più fine, utilizzando, invece che 4, 8 settori, o 16 e così via. Vista la definizione di esposizione, occorre considerare anche il caso in cui ci si trovi in piano; in questo caso la pendenza è zero e l'esposizione non è definita e assumerà un valore convenzionale.

Si noti un dettaglio importante. Nel calcolo della pendenza, non importa se la quota di P_1 è maggiore della quota di P_2 o viceversa, mentre questo è invece decisivo nel calcolo dell'esposizione.