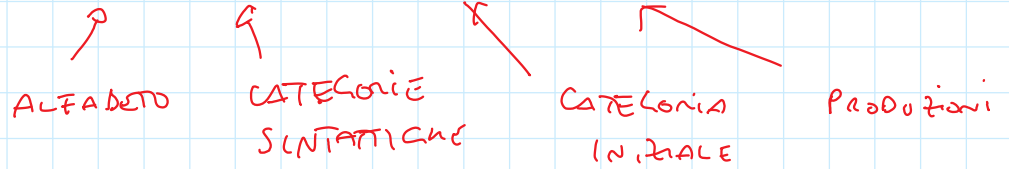
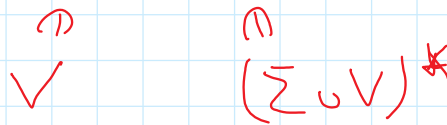


GRAMMATICHE

$$G = \langle \Sigma, V, S, P \rangle$$



$$A \rightarrow \alpha$$



DERIVAZIONE

(modo per generare stringhe del linguaggio)

$$S \rightarrow \dots$$

$$\dots \rightarrow abba$$



LINGUAGGIO DEFINITO = INSIEME DI TUTTE LE STRINGHE GENERABILI

ESEMPIO :

$$G = \langle \{a, b\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow asb, S \rightarrow ab\} \rangle$$

$$S \rightarrow asb \rightarrow aasbb \rightarrow \dots \rightarrow aaaabbbb$$

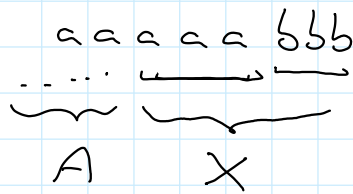
$$L = \{a^m b^m \mid m > 0\}$$

ESEMPIO : Definiamo una grammatica per

$$L = \{ a^m b^m \mid m > 0 \}$$

$aab \in L$

$aaaa bb \in L$



A rappresenta le stringhe con almeno una a

X rappresenta $a^m b^m$

$A \rightarrow a$
 $A \rightarrow aA$ $\sigma =$

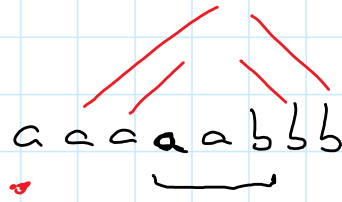
$$S \rightarrow AX$$

$$A \rightarrow a \mid aA$$

$$X \rightarrow ab \mid aXb$$

$$S \rightarrow \underline{A}X \rightarrow \underline{a}AX \rightarrow aaX \rightarrow aaa\underline{X}b \rightarrow aaaa\underline{bb}$$

ALTRA GRAMMATICA PER LO STESSO LINGUAGGIO



$S \rightarrow aab \mid aSb \mid aS$

ALTRO ESEMPIO.

Grammatica per il linguaggio

$$L = \{ \alpha a b \beta \mid \alpha, \beta \in \Sigma^* \}$$

PROVIAMO A DEFINIRE
DIRETTAMENTE LA GRAMMATICA


⇒ POTREI PRENDERE
L'AUTOMA CHE
AVEMO DEFINITO
PER QUESTO
LINGUAGGIO E
TRADURLO IN
GRAMMATICA

abbb ab bbab ∈ L

ab ∈ L

bbabab ∈ L

abaab ∈ L

abbbabbab


$$\left[\begin{array}{l} S \rightarrow ab \mid Xab \mid abX \mid XabX \\ X \rightarrow a \mid b \mid aX \mid bX \end{array} \right.$$

↪ QUALUNQUE
STRINGA
CON ALMENO
UN SIMBOLO

ALTRA SOLUZIONE

$$\left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow XabX \\ X \rightarrow \varepsilon \mid aX \mid bX \end{array} \right. \quad X \rightarrow \varepsilon$$

GENERA
QUALUNQUE
STRINGA
(ANCHE VUOTA)

$$X \rightarrow \varepsilon \quad | \quad aX \quad | \quad bX$$

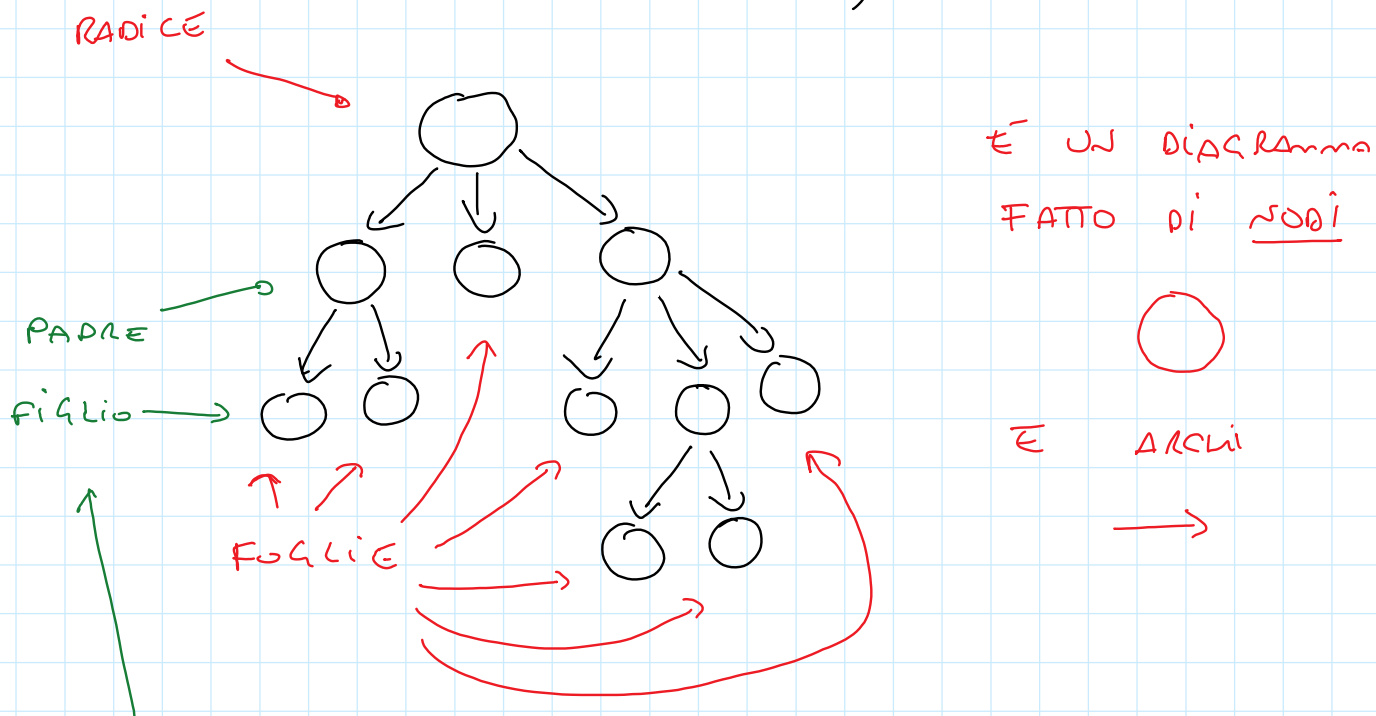
① ② ③

$$X \rightarrow \varepsilon$$
$$X \xrightarrow{②} aX \xrightarrow{①} a$$
$$X \xrightarrow{②} aX \xrightarrow{③} abX \xrightarrow{①} ab$$

$$S \rightarrow \underline{X} abX \xrightarrow{①} abX \xrightarrow{②} abaX \xrightarrow{②} abaaX \xrightarrow{①} \underline{abaa}$$

ALBERO DI DERIVAZIONE

Albero è una struttura dati che ha la seguente forma (graficamente)



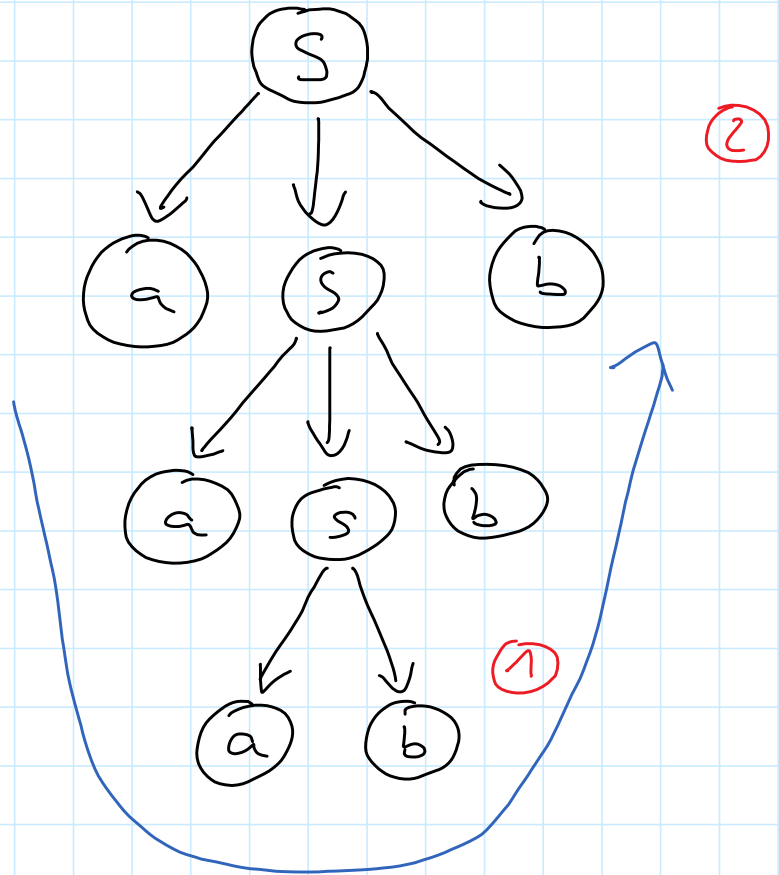
IN UN ALBERO
UN PADRE PUÒ AVERE PIÙ FIGLI
MENTRE UN FIGLIO HA UN SOLO PADRE

ALBERO di DERIVAZIONE RISPETTO A $G = (\Sigma, V, S, P)$

- La radice contiene la categoria sintattica iniziale
- Ogni nodo intermedio (non è una radice né una foglia) contiene una categoria sintattica
- I figli di un nodo corrispondono ai simboli che si trovano a destra in una produzione per la categoria sintattica del nodo stesso
- Le foglie contengono simboli dell'alfabeto

ESEMPIO

$$S \rightarrow ab \quad | \quad \overset{1}{a} \overset{2}{S} b$$

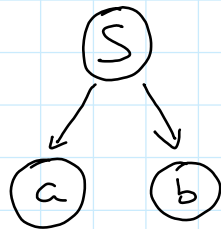


PRENDENDO LE FOGLIE DA SINISTRA
VERSO DESTRA OTTENGO UNA PAROLA
DEL LINGUAGGIO

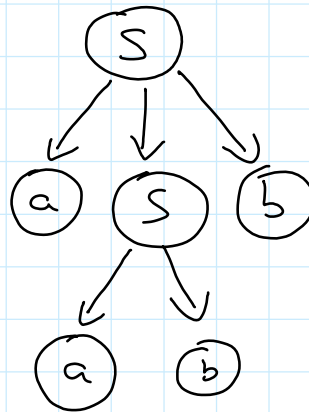
aaabbb $\in L$

PER OGNI STRINGA DEL LINGUAGGIO ESISTE
UN ALBERO DI DERIVAZIONE

ab



aabb



Linguaggio delle parentesi bilanciate L_p

$$\Sigma = \{ (,) \}$$

$$((3+2)*4 - 7 + (7-1)) * 4$$



TRASCURO i NUMERI E LE OPERAZIONI

$$(() ())$$



A OGNI PARENTESI



APERTA NE CORRISPONDE
UNA CHIUSA

POSSO CHIUDERE UNA PARENTESI
SOLO SE CE N'ERA UNA
CORRISPONDENTE APERTA
IN PRECEDENZA

$$(() ()) \in L_p$$

$$() \in L_p$$

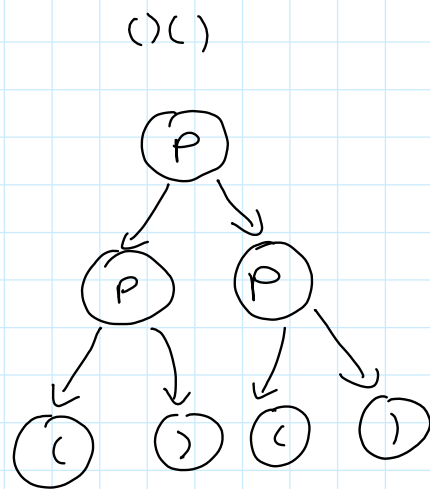
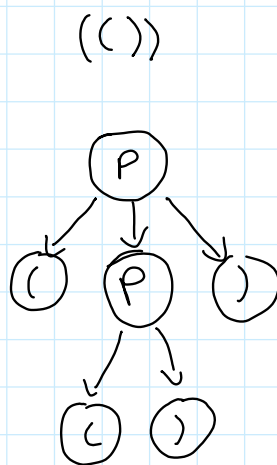
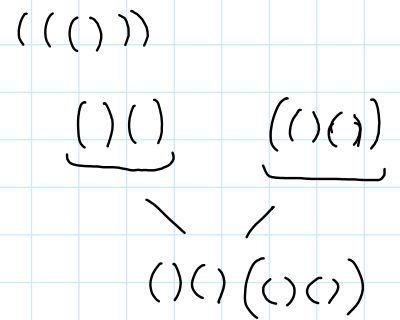
$$((())) \in L_p$$

$$(() \notin L_p$$

$$() \notin L_p$$

GRAMMATICA PER L_p

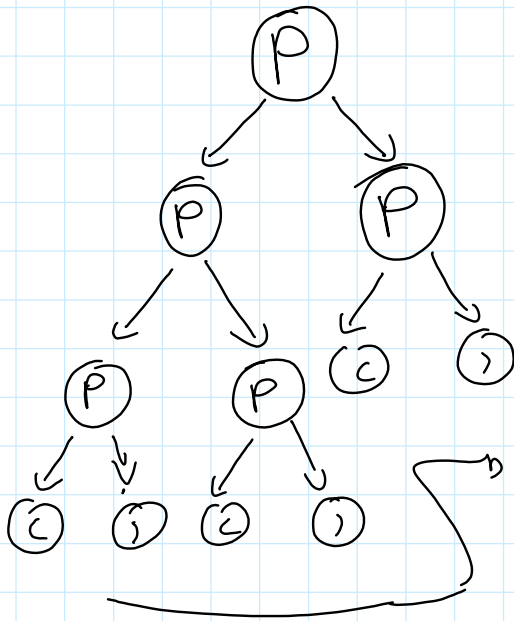
$$P \rightarrow () \mid (P) \mid PP$$



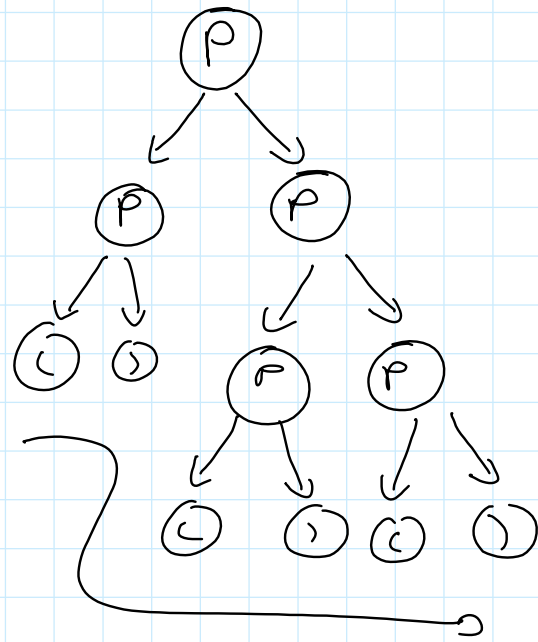
QUESTE STRINGHE HANNO UN UNICO ALBERO DI DERIVAZIONE ASSOCIATO

$$P \rightarrow () \mid (P) \mid PP$$

$()()()$



$()()()$



SONO DUE ALBERI DI DERIVAZIONE DIVERSI
PER LA STESSA STRINGA $()()()$

Una grammatica che definisce un linguaggio in cui almeno una stringa può essere associata a più di un albero di derivazione si dice

GRAMMATICA AMBIGUA

(ESISTONO MODI DIVERSI DI GENERARE LA
STESSA STRINGA)

È possibile Trasformare una Grammatica
ambigua in un'altra Grammatica
equivalente (stesso linguaggio) non ambigua?

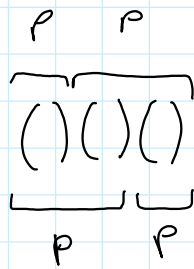
→ Non esiste un metodo generale

Spesso il problema che causa ambiguità
è la doppia ricorsione

$$P \rightarrow () \mid (P) \mid PP$$

DOPPIA
RICORSIONE

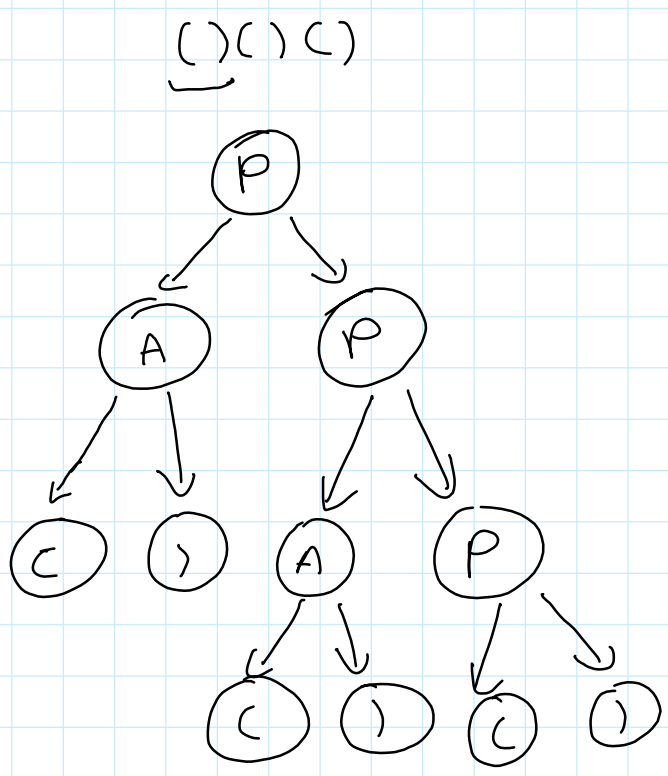
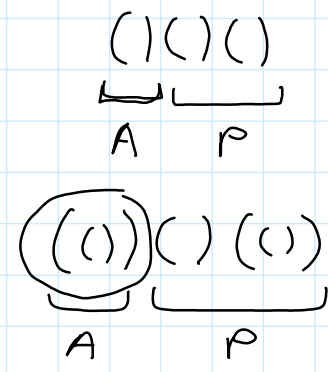
⇒ PRODOTTORE
CHE SOSTITUISCE
UN SIMBOLO
CON DUE COPIE
DELLO STESSO



← PRODUZIONI
RICORSIVE:
RIGENERANO IL
SIMBOLO A
CUI SONO
STATE APPLICATE
(LA CATEGORIA
SINTATTICA È
DEFINITA IN
TERMINI DI SE
STESSA)

RISCRIVIAMO LA GRAMMATICA SENZA LA DOPPIA
RICORSIONE

$$P \rightarrow () \mid (P) \mid AP$$
$$A \rightarrow () \mid (P)$$



UNICO ALBERO
DI DERIVAZIONE
PER '()(())'