Esame di Ricerca Operativa del 17-7-2008

Esercizio 1. Si consideri il problema $P(a,k)$

$$\min\ (kx_1 + 3x_2 + x_3)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \qquad + x_4 \qquad = a \\ \qquad 3x_2 - x_3 \qquad + x_5 = 2 \\ x_1 - x_2 \qquad + \ 2x_4 \qquad = 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

ove a, k sono parametri reali.

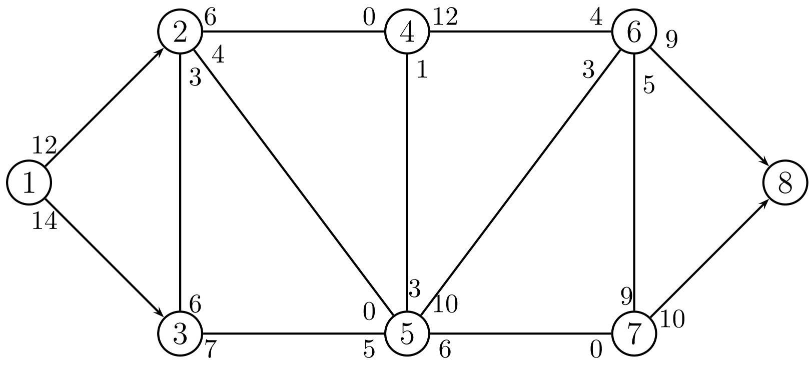
(i) Utilizzando il problema ausiliario, si determini in funzione del parametro a, una soluzione di base ammissibile per il problema $P(a,k)$;

(ii) Si determini per quali valori del parametro a la regione ammissibile del problema e' vuota;

(3i) Si determini per quali valori dei parametri a, k in una soluzione ottima si ha $x_2 = x_3 = 0$ e se ne discuta l'unicita';

(4i) Detta $\bar{x}(a)$ la soluzione trovata al punto (3i), determinare le soluzioni ottime del problema duale associato a $P(a,k)$ nel caso in cui $\bar{x}(a)$ e' una soluzione ottima di $P(a,k)$, discutendone l'unicita'.

Esercizio 2. Si consideri il problema (P) del massimo flusso sulla rete:



Si determini

a) il flusso massimo della rete;

b) una soluzione ottima di P ;

c) una sezione di minima capacita';

d) una soluzione ottima del problema duale associato a P;

e) Sia $k > 0$ la capacita' dell'arco $(4, 6)$; si determini, al variare di k, il flusso massimo della rete.

Esercizio 3. Con riferimento alla rete definita nell'esercizio 2, in cui i valori indicati sugli archi sono interpretati come lunghezze.

a) Si determini l'albero dei cammini di minima lunghezza di radice il nodo 1.

b) Sia $k > 0$ la lunghezza dell'arco $(3, 5)$; si determini, al variare di k, l'albero dei cammini minimi di radice il nodo 1.