Compitino di Ricerca Operativa del 27/4/2007

Si consideri il problema $P(a,k)$

$$\min\ (2x_1 - x_2 + kx_3 - 2x_4 + 0x_5)$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = a \\ 4x_1 + 2x_3 - x_4 = 5 \\ 2x_2 - x_3 + x_5 = 6 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

ove a, k sono parametri reali.

Esercizio 1. A partire dalla soluzione di base $\bar{x} := (\bar{x}_B, \bar{x}_N)$, ove $\bar{x}_B := (\bar{x}_1, \bar{x}_4, \bar{x}_5)$, $\bar{x}_N := (\bar{x}_2, \bar{x}_3)$, determinare le soluzioni ottime del problema $P(3,0)$.

Esercizio 2. Dire, giustificando la risposta, per quali valori dei parametri $a, k \in \mathbb{R}$

(i) Il problema $P(a,k)$ ammette ottimo finito;

(ii) In una soluzione ottima si ha $x_2 = x_3 = 0$;

(3i) In una soluzione ottima si ha $x_2 = x_3 = 0$ ed, inoltre, tale soluzione e' unica;

(4i) In riferimento al quesito (ii), determinare le soluzioni ottime del problema duale associato a $P(a,k)$ nel caso in cui in una soluzione ottima di $P(a,k)$ si ha $x_2 = x_3 = 0$;

(5i) Il problema duale associato a $P(a,k)$ e' illimitato.