

(Cognome)

(Nome)

(Matricola)

**Esercizio 1.** Un'azienda agricola produce mais, soia e grano in tre tenute A, B, C. La tenuta A dispone di 600 ettari di terreno e di una riserva di 8 milioni di  $m^3$  di acqua. La tenuta B ha 700 ettari di terreno e 5 milioni di  $m^3$  di acqua. La terza dispone di 450 ettari e di 6 milioni di  $m^3$  di acqua. Le produzioni di mais, soia e grano garantiscono rispettivamente profitti di 5000, 7000 e 6000 euro/ettaro. I consumi di acqua sono di 20000  $m^3$ /ettaro per il mais, 10000  $m^3$ /ettaro per la soia e 9000  $m^3$ /ettaro per il grano. Le direttive dell'Unione Europea richiedono che l'estensione complessiva del terreno coltivato a soia dall'azienda non superi il 40% del totale del suolo coltivato. L'azienda deve decidere come coltivare le tre tenute in modo da massimizzare il profitto.

variabili decisionali:

modello:

**Esercizio 2.** Completare la seguente tabella considerando il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \max 5x_1 + 6x_2 \\ -x_1 \leq 4 \\ -x_2 \leq 0 \\ -x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 + x_2 \leq 2 \\ x_1 \leq 0 \\ x_2 \leq 6 \end{cases}$$

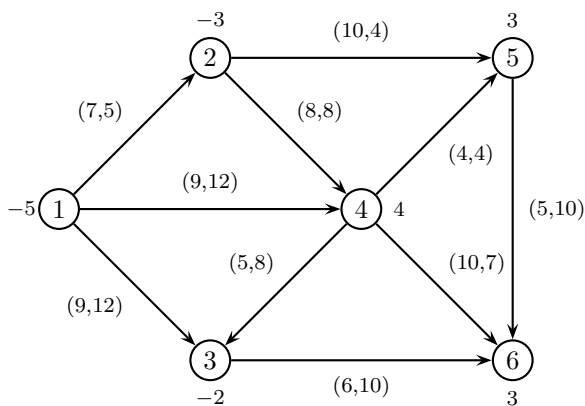
Base	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenerare (si/no)
{4, 6}	$x =$		
{5, 6}	$y =$		

**Esercizio 3.** Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso primale per il problema dell'esercizio 2.

	Base	$x$	$y$	Indice uscente	Rapporti	Indice entrante
1° iterazione	{2,5}					
2° iterazione						



**Esercizio 6.** Completare la seguente tabella considerando il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete (su ogni nodo è indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità).

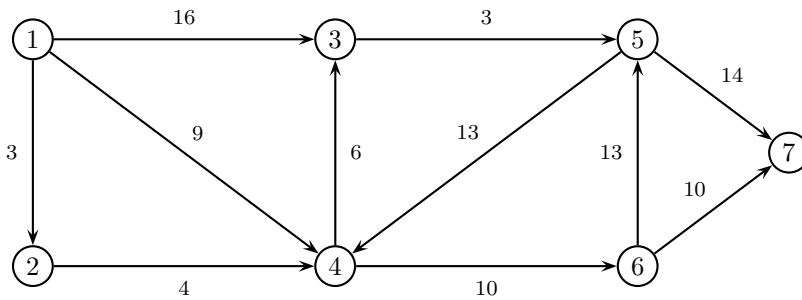


Archi di T	Archi di U	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenera (si/no)
(1,2) (1,3) (2,4) (3,6) (5,6)	(2,5)	$x =$		
(1,4) (2,4) (4,3) (4,5) (4,6)	(5,6)	$\pi = (0,$		

**Esercizio 7.** Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 6.

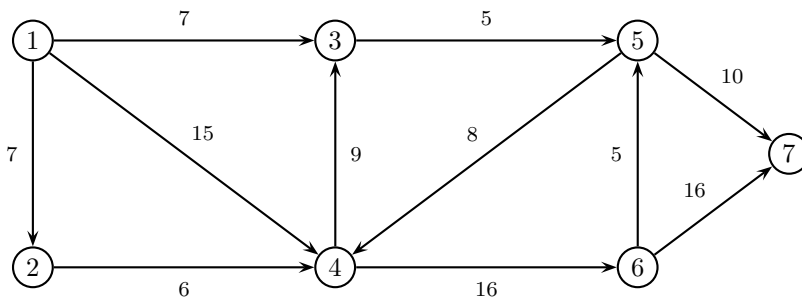
	1° iterazione	2° iterazione
Archi di T	(1,2) (1,3) (2,4) (3,6) (5,6)	
Archi di U	(2,5)	
$x$		
$\pi$		
Arco entrante		
$\vartheta^+, \vartheta^-$		
Arco uscente		

**Esercizio 8.** a) Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.



	iter 1		iter 2		iter 3		iter 4		iter 5		iter 6		iter 7	
	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$
nodo visitato														
nodo 2														
nodo 3														
nodo 4														
nodo 5														
nodo 6														
nodo 7														
insieme $Q$														

b) Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimale tra il nodo 1 ed il nodo 7 sulla seguente rete.



cammino aumentante	$\delta$	$x$	$v$

Taglio di capacità minima:  $N_s =$

$N_t =$

# SOLUZIONI

**Esercizio 1.** Variabili decisionali:

$m_A, m_B, m_C$  = ettari coltivati a mais nelle tenute A, B e C

$s_A, s_B, s_C$  = ettari coltivati a soia nelle tenute A, B e C

$g_A, g_B, g_C$  = ettari coltivati a grano nelle tenute A, B e C

Modello:

$$\begin{cases} \max & 5000(m_A + m_B + m_C) + 7000(s_A + s_B + s_C) + 6000(g_A + g_B + g_C) \\ & m_A + s_A + g_A \leq 600 \\ & m_B + s_B + g_B \leq 700 \\ & m_C + s_C + g_C \leq 450 \\ & 20000m_A + 10000s_A + 9000g_A \leq 8000000 \\ & 20000m_B + 10000s_B + 9000g_B \leq 5000000 \\ & 20000m_C + 10000s_C + 9000g_C \leq 6000000 \\ & s_A + s_B + s_C \leq 0.4(m_A + m_B + m_C + s_A + s_B + s_C + g_A + g_B + g_C) \end{cases}$$

**Esercizio 2.**

Base	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenerare (si/no)
{4, 6}	$x = (-4, 6)$	NO	SI
{5, 6}	$y = (0, 0, 0, 0, 5, 6)$	SI	NO

**Esercizio 3.**

	Base	$x$	$y$	Indice uscente	Rapporti	Indice entrante
1° iterazione	{2, 5}	(0, 0)	(0, -6, 0, 0, 5, 0)	2	6, 2, 6	4
2° iterazione	{4, 5}	(0, 2)	(0, 0, 0, 6, -1, 0)	5	4, 2, 4	3

**Esercizio 4.**

a) sol. ottima del rilassamento =  $(0, \frac{26}{7})$   $v_S(P) = 52$

b) sol. ammissibile = (0, 3)  $v_I(P) = 42$

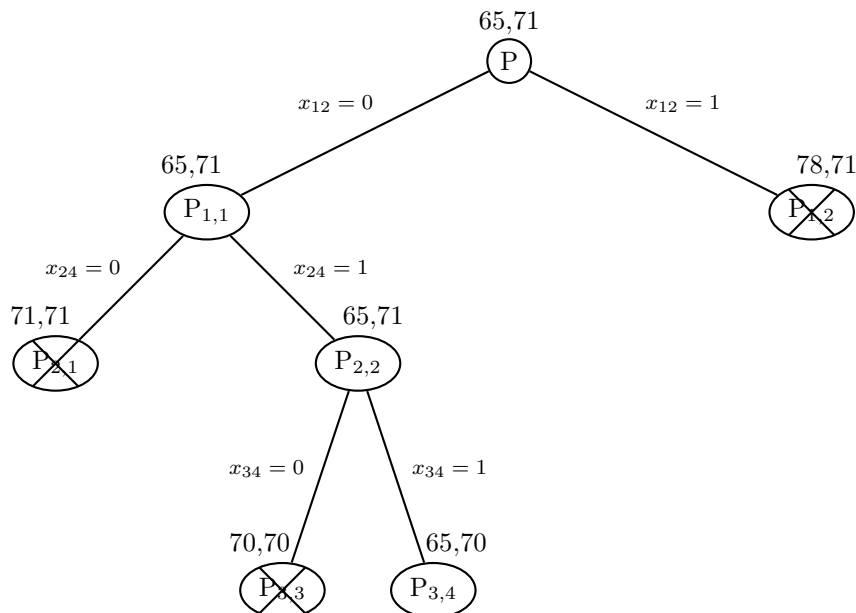
c)  
 $r = 2 \quad x_2 \leq 3$   
 $r = 3 \quad x_1 + 2x_2 \leq 7$

**Esercizio 5.**

a) 2-albero: ( 1 , 4 ) ( 1 , 5 ) ( 2 , 3 ) ( 2 , 4 ) ( 3 , 4 )  $v_I(P) = 65$

b) ciclo: 1 - 4 - 3 - 2 - 5  $v_S(P) = 71$

c)



il 2-albero di costo minimo  
 è il ciclo 1-4-2-3-5,  
 aggiorno  $v_S(P) = 70$

**Esercizio 6.**

Archi di T	Archi di U	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenerare (si/no)
(1,2) (1,3) (2,4) (3,6) (5,6)	(2,5)	$x = (5, 0, 0, 4, 4, 2, 0, 0, 0, 1)$	SI	SI
(1,4) (2,4) (4,3) (4,5) (4,6)	(5,6)	$\pi = (0, 1, 14, 9, 13, 19)$	NO	NO

**Esercizio 7.**

	1° iterazione	2° iterazione
Archi di T	(1,2) (1,3) (2,4) (3,6) (5,6)	(1,2) (1,3) (1,4) (3,6) (5,6)
Archi di U	(2,5)	(2,5)
$x$	(5, 0, 0, 4, 4, 2, 0, 0, 0, 1)	(1, 0, 4, 0, 4, 2, 0, 0, 0, 1)
$\pi$	(0, 7, 9, 15, 10, 15)	(0, 7, 9, 9, 10, 15)
Arco entrante	(1,4)	(2,5)
$\vartheta^+, \vartheta^-$	12, 4	8, 1
Arco uscente	(2,4)	(1,2)

**Esercizio 8.**

a)

	iter 1		iter 2		iter 3		iter 4		iter 5		iter 6		iter 7	
	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$
nodo visitato	1		2		4		3		5		6		7	
nodo 2	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1
nodo 3	16	1	16	1	13	4	13	4	13	4	13	4	13	4
nodo 4	9	1	7	2	7	2	7	2	7	2	7	2	7	2
nodo 5	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	16	3	16	3	16	3	16	3
nodo 6	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	17	4	17	4	17	4	17	4	17	4
nodo 7	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	30	5	27	6	27	6
insieme $Q$	2, 3, 4		3, 4		3, 6		5, 6		6, 7		7		$\emptyset$	

b)

cammino aumentante	$\delta$	$x$	$v$
1 - 3 - 5 - 7	5	(0, 5, 0, 0, 5, 0, 0, 0, 5, 0, 0)	5
1 - 4 - 6 - 7	15	(0, 5, 15, 0, 5, 0, 15, 0, 5, 0, 15)	20
1 - 2 - 4 - 6 - 7	1	(1, 5, 15, 1, 5, 0, 16, 0, 5, 0, 16)	21

Taglio di capacità minima:  $N_s = \{1, 2, 3, 4\}$      $N_t = \{5, 6, 7\}$