

---

(Cognome)

---

(Nome)

---

(Matricola)

---

**Esercizio 1.** Un'azienda produce 4 tipi di TV (32, 40, 50 e 55 pollici) ed è divisa in 2 stabilimenti (A e B). L'azienda dispone di 50 operai in A e 60 in B ognuno dei quali lavora 8 ore al giorno per 5 giorni alla settimana. Le ore necessarie per produrre i TV e le richieste minime da soddisfare sono indicate nella seguente tabella:

TV	32"	40"	50"	55"
Stabilimento A	1.3	1.4	1.6	1.8
Stabilimento B	1.4	1.6	1.9	2.1
Richiesta	1000	800	500	300

Sapendo che i 4 tipi di TV vengono venduti rispettivamente a 400, 700, 900, e 1300 euro, l'azienda vuole determinare quanti TV di ogni tipo produrre nei due stabilimenti in modo da massimizzare il profitto.

variabili decisionali:

modello:

**Esercizio 2.** Completare la seguente tabella considerando il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \min & 5 y_1 + 12 y_3 + 12 y_4 - 2 y_5 + 5 y_6 \\ & -y_1 - 2 y_3 - y_4 + y_5 - y_6 = -1 \\ & -y_2 + y_3 + 2 y_4 - y_6 = 2 \\ & y \geq 0 \end{cases}$$

Base	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenera (si/no)
{1, 2}	$x =$		
{5, 6}	$y =$		

**Esercizio 3.** Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del semplice duale per il problema dell'esercizio 2.

	Base	$x$	$y$	Indice entrante	Rapporti	Indice uscente
1° iterazione	{2,4}					
2° iterazione						

**Esercizio 4.** Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \min 7 x_1 + 14 x_2 \\ 15 x_1 + 5 x_2 \geq 56 \\ 9 x_1 + 12 x_2 \geq 43 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

a) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento =	$v_I(P) =$
--------------------------------	------------

b) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo arrotondando la soluzione ottima del rilassamento.

sol. ammissibile =	$v_S(P) =$
--------------------	------------

c) Calcolare un taglio di Gomory.

r =	taglio:
-----	---------

**Esercizio 5.** Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

città	2	3	4	5
<b>1</b>	25	21	28	23
<b>2</b>		20	27	30
<b>3</b>			7	11
<b>4</b>				19

a) Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 3-albero di costo minimo.

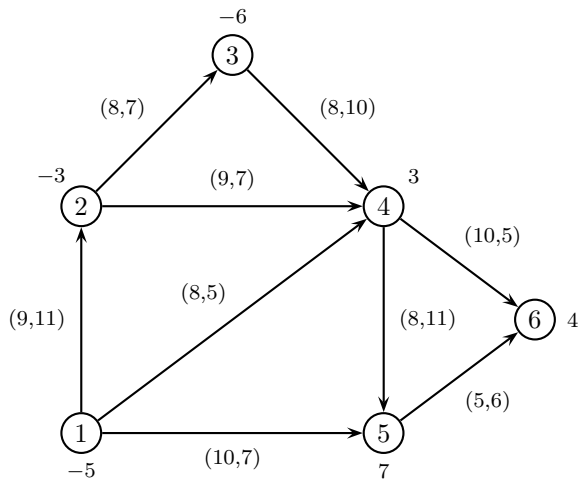
3-albero:	$v_I(P) =$
-----------	------------

b) Trovare una valutazione superiore applicando l'algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 4.

ciclo:	$v_S(P) =$
--------	------------

c) Applicare il metodo del *Branch and Bound*, utilizzando il 3-albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell'ordine, le variabili  $x_{34}$ ,  $x_{35}$ ,  $x_{45}$ .

**Esercizio 6.** Completare la seguente tabella considerando il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete (su ogni nodo è indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità).

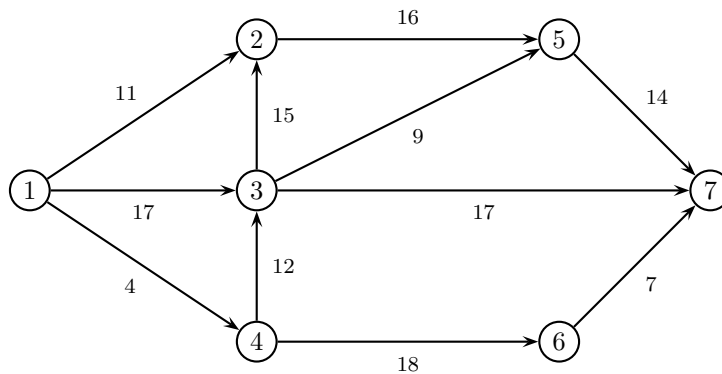


Archi di T	Archi di U	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenerare (si/no)
(1,2) (2,4) (3,4) (4,5) (5,6)	(1,4)	$x =$		
(1,2) (1,4) (2,3) (4,5) (4,6)	(1,5)	$\pi = (0,$		

**Esercizio 7.** Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 6.

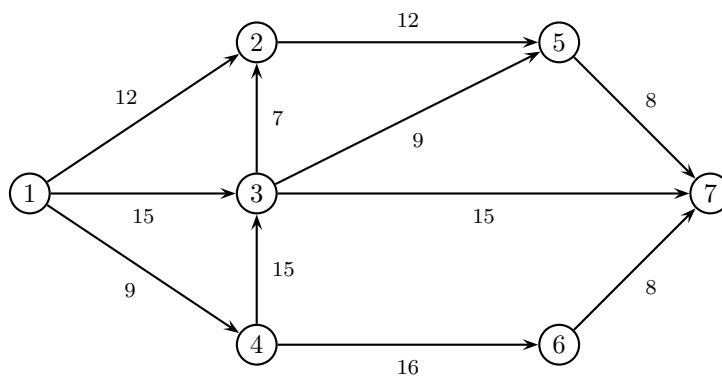
	1° iterazione	2° iterazione
Archi di T	(1,2) (1,5) (3,4) (4,5) (5,6)	
Archi di U	(2,4)	
$x$		
$\pi$		
Arco entrante		
$\vartheta^+, \vartheta^-$		
Arco uscente		

**Esercizio 8.** a) Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.



	iter 1		iter 2		iter 3		iter 4		iter 5		iter 6		iter 7	
	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$
nodo visitato														
nodo 2														
nodo 3														
nodo 4														
nodo 5														
nodo 6														
nodo 7														
insieme $Q$														

b) Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 7 sulla seguente rete.



cammino aumentante	$\delta$	$x$	$v$

Taglio di capacità minima:  $N_s =$

$N_t =$

# SOLUZIONI

## Esercizio 1.

variabili decisionali:  $x_{ij}$  = numero di TV di tipo  $i$  prodotti nello stabilimento  $j$ , con  $i = 1, 2, 3, 4$  e  $j = A, B$ .

modello:

$$\begin{cases} \max & 400(x_{1A} + x_{1B}) + 700(x_{2A} + x_{2B}) + 900(x_{3A} + x_{3B}) + 1300(x_{4A} + x_{4B}) \\ & 1.3x_{1A} + 1.4x_{2A} + 1.6x_{3A} + 1.8x_{4A} \leq 2000 \\ & 1.4x_{1B} + 1.6x_{2B} + 1.9x_{3B} + 2.1x_{4B} \leq 2400 \\ & x_{1A} + x_{1B} \geq 1000 \\ & x_{2A} + x_{2B} \geq 800 \\ & x_{3A} + x_{3B} \geq 500 \\ & x_{4A} + x_{4B} \geq 300 \\ & x_{ij} \in \mathbb{N} \end{cases}$$

## Esercizio 2.

Base	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenera (si/no)
{1, 2}	$x = (-5, 0)$	SI	SI
{5, 6}	$y = (0, 0, 0, 0, -3, -2)$	NO	NO

## Esercizio 3.

	Base	$x$	$y$	Indice entrante	Rapporti	Indice uscente
1° iterazione	{2, 4}	$(-12, 0)$	$(0, 0, 0, 1, 0, 0)$	1	0, 1	2
2° iterazione	{1, 4}	$\left(-5, \frac{7}{2}\right)$	$(0, 0, 0, 1, 0, 0)$	3	0, 2	1

## Esercizio 4.

a) sol. ottima del rilassamento =  $\left(\frac{43}{9}, 0\right)$   $v_I(P) = 34$

b) sol. ammissibile =  $(5, 0)$   $v_S(P) = 35$

c)

$$r = 1 \quad 8x_1 + 11x_2 \geq 39$$

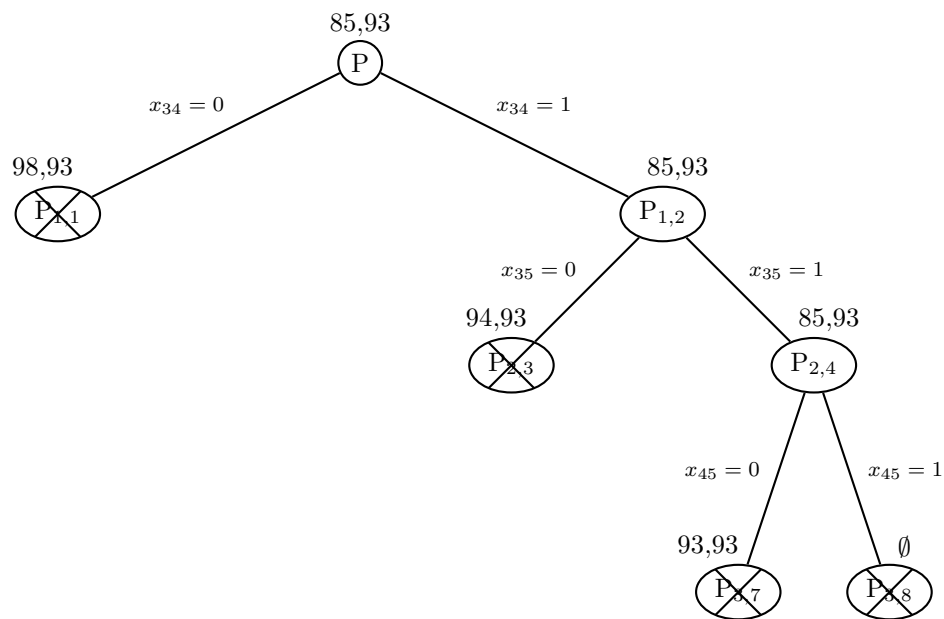
$$r = 3 \quad 3x_1 + 4x_2 \geq 15$$

**Esercizio 5.**

a) 3-albero:  $(1, 2) (1, 5) (3, 4) (3, 5) (4, 5)$   $v_I(P) = 85$

b) ciclo:  $4 - 3 - 5 - 1 - 2$   $v_S(P) = 93$

c)



Il ciclo  $4 - 3 - 5 - 1 - 2$  è ottimo.

**Esercizio 6.**

Archi di T	Archi di U	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenerare (si/no)
$(1,2) (2,4) (3,4)$ $(4,5) (5,6)$	$(1,4)$	$x = (0, 5, 0, 0, 3, 6, 11, 0, 4)$	SI	SI
$(1,2) (1,4) (2,3)$ $(4,5) (4,6)$	$(1,5)$	$\pi = (0, 9, 17, 8, 16, 18)$	NO	NO

**Esercizio 7.**

	1° iterazione	2° iterazione
Archi di T	$(1,2) (1,5) (3,4) (4,5) (5,6)$	$(1,5) (2,4) (3,4) (4,5) (5,6)$
Archi di U	$(2,4)$	
$x$	$(4, 0, 1, 0, 7, 6, 10, 0, 4)$	$(0, 0, 5, 0, 3, 6, 6, 0, 4)$
$\pi$	$(0, 9, -6, 2, 10, 15)$	$(0, -7, -6, 2, 10, 15)$
Arco entrante	$(2,4)$	$(4,6)$
$\vartheta^+, \vartheta^-$	$6, 4$	$5, 4$
Arco uscente	$(1,2)$	$(5,6)$

**Esercizio 8.**

a)

	iter 1		iter 2		iter 3		iter 4		iter 5		iter 6		iter 7	
	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$
nodo visitato	1		4		2		3		6		5		7	
nodo 2	11	1	11	1	11	1	11	1	11	1	11	1	11	1
nodo 3	17	1	16	4	16	4	16	4	16	4	16	4	16	4
nodo 4	4	1	4	1	4	1	4	1	4	1	4	1	4	1
nodo 5	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	27	2	25	3	25	3	25	3	25	3
nodo 6	$+\infty$	-1	22	4	22	4	22	4	22	4	22	4	22	4
nodo 7	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	33	3	29	6	29	6	29	6
insieme $Q$	2, 3, 4		2, 3, 6		3, 5, 6		5, 6, 7		5, 7		7		$\emptyset$	

b)

cammino aumentante	$\delta$	$x$	$v$
1 - 3 - 7	15	(0, 15, 0, 0, 0, 0, 15, 0, 0, 0, 0)	15
1 - 2 - 5 - 7	8	(8, 15, 0, 8, 0, 0, 15, 0, 0, 8, 0)	23
1 - 4 - 6 - 7	8	(8, 15, 8, 8, 0, 0, 15, 0, 8, 8, 8)	31

Taglio di capacità minima:  $N_s = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   $N_t = \{7\}$