

(Cognome)

(Nome)

(Matricola)

Esercizio 1. Un'azienda produce palloni da calcio e da basket che vende a 15 e 20 euro rispettivamente. L'azienda compra ogni settimana 400 m² di cuoio e ha bisogno di 14 dm² di cuoio per produrre un pallone da calcio e di 16 dm² per uno da basket. La produzione di un pallone da calcio richiede 12 minuti di lavoro di una macchina mentre quello da basket ne richiede 8. La macchina a disposizione dell'azienda può lavorare 12 ore al giorno per 5 giorni a settimana. Dovendo produrre almeno 1000 palloni da calcio ed almeno 800 da basket, l'azienda vuole determinare la produzione settimanale che massimizza il profitto.

variabili decisionali:

modello:

Esercizio 2. Completare la seguente tabella considerando il problema di programmazione lineare:

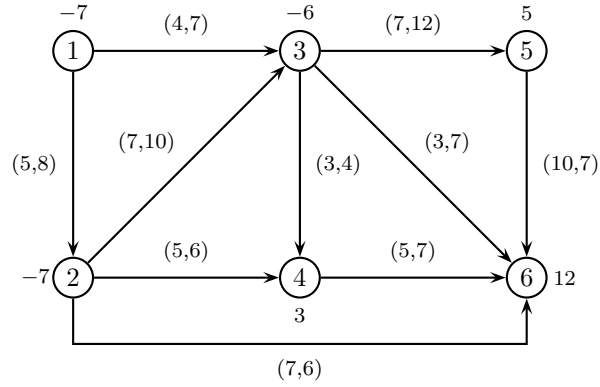
$$\begin{cases} \max 8 x_1 + 7 x_2 \\ x_1 \leq 2 \\ x_1 - x_2 \leq 2 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \\ -x_1 + x_2 \leq 4 \\ -x_1 - 2 x_2 \leq 4 \\ 2 x_1 + x_2 \leq 6 \end{cases}$$

Base	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenera (si/no)
{1, 6}	$x =$		
{3, 6}	$y =$		

Esercizio 3. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso primale per il problema dell'esercizio 2.

	Base	x	y	Indice uscente	Rapporti	Indice entrante
1° iterazione	{2,5}					
2° iterazione						

Esercizio 6. Completare la seguente tabella considerando il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete (su ogni nodo è indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità).

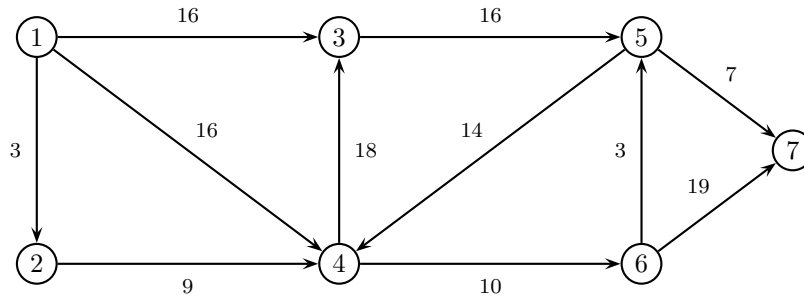


Archi di T	Archi di U	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenera (si/no)
(1,2) (2,3) (3,5) (3,6) (4,6)	(2,4) (3,4)	$x =$		
(1,2) (1,3) (3,4) (3,5) (3,6)	(2,6) (5,6)	$\pi = (0,$		

Esercizio 7. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 6.

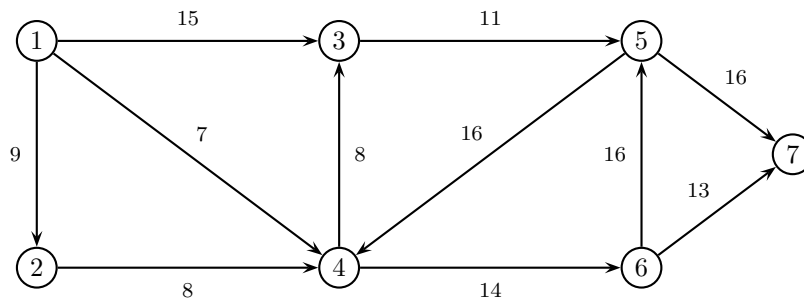
	1° iterazione	2° iterazione
Archi di T	(1,2) (2,3) (2,6) (4,6) (5,6)	
Archi di U	(2,4) (3,5)	
x		
π		
Arco entrante		
ϑ^+, ϑ^-		
Arco uscente		

Esercizio 8. a) Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.



	iter 1		iter 2		iter 3		iter 4		iter 5		iter 6		iter 7	
	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p
nodo visitato														
nodo 2														
nodo 3														
nodo 4														
nodo 5														
nodo 6														
nodo 7														
insieme Q														

b) Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 7 sulla seguente rete.



cammino aumentante	δ	x	v

Taglio di capacità minima: $N_s =$

$N_t =$

SOLUZIONI

Esercizio 1.

variabili decisionali: x_B = numero di palloni da basket prodotti, x_C = numero di palloni da calcio prodotti.

modello:

$$\begin{cases} \max 15x_B + 20x_C \\ 16x_B + 14x_C \leq 40000 \\ 8x_B + 12x_C \leq 3600 \\ x_B \geq 800 \\ x_C \geq 1000 \\ x_B, x_C \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Esercizio 2.

Base	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenera (si/no)
{1, 6}	$x = (2, 2)$	SI	SI
{3, 6}	$y = (0, 0, 6, 0, 0, 1)$	SI	NO

Esercizio 3.

	Base	x	y	Indice uscente	Rapporti	Indice entrante
1° iterazione	{2, 5}	(0, -2)	(0, 3, 0, 0, -5, 0)	5	6, 9, 8	1
2° iterazione	{1, 2}	(2, 0)	(15, -7, 0, 0, 0, 0)	2	2, 6, 2	3

Esercizio 4.

a) sol. ottima del rilassamento = $\left(\frac{26}{3}, 0\right)$ $v_I(P) = 44$

b) sol. ammissibile = (9, 0) $v_S(P) = 45$

c)

$$r = 1 \quad 5x_1 + 13x_2 \geq 44$$

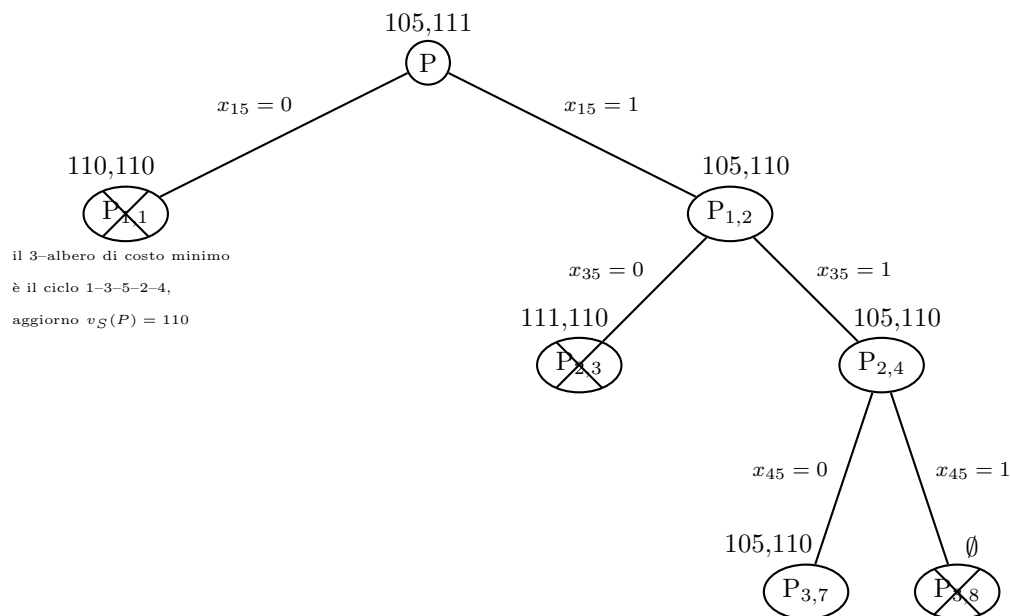
$$r = 3 \quad 2x_1 + 5x_2 \geq 18$$

Esercizio 5.

a) 3-albero: (1, 3) (1, 5) (2, 4) (2, 5) (3, 5) $v_I(P) = 105$

b) ciclo: 2 - 5 - 1 - 3 - 4 $v_S(P) = 111$

c)



Esercizio 6.

Archi di T	Archi di U	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenerare (si/no)
(1,2) (2,3) (3,5) (3,6) (4,6)	(2,4) (3,4)	$x = (7, 0, 8, 6, 0, 4, 5, 5, 7, 0)$	SI	SI
(1,2) (1,3) (3,4) (3,5) (3,6)	(2,6) (5,6)	$\pi = (0, 5, 4, 7, 11, 7)$	NO	NO

Esercizio 7.

	1° iterazione	2° iterazione
Archi di T	(1,2) (2,3) (2,6) (4,6) (5,6)	(1,2) (1,3) (2,6) (4,6) (5,6)
Archi di U	(2,4) (3,5)	(2,4) (3,5)
x	(7, 0, 6, 6, 2, 0, 12, 0, 3, 7)	(1, 6, 0, 6, 2, 0, 12, 0, 3, 7)
π	(0, 5, 12, 7, 2, 12)	(0, 5, 4, 7, 2, 12)
Arco entrante	(1,3)	(2,4)
ϑ^+, ϑ^-	7, 6	4, 3
Arco uscente	(2,3)	(4,6)

Esercizio 8.

a)

	iter 1		iter 2		iter 3		iter 4		iter 5		iter 6		iter 7	
	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p
nodo visitato	1		2		4		3		6		5		7	
nodo 2	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1
nodo 3	16	1	16	1	16	1	16	1	16	1	16	1	16	1
nodo 4	16	1	12	2	12	2	12	2	12	2	12	2	12	2
nodo 5	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	32	3	25	6	25	6	25	6
nodo 6	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	22	4	22	4	22	4	22	4	22	4
nodo 7	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	41	6	32	5	32	5
insieme Q	2, 3, 4		3, 4		3, 6		5, 6		5, 7		7		\emptyset	

b)

cammino aumentante	δ	x	v
1 - 3 - 5 - 7	11	(0, 11, 0, 0, 11, 0, 0, 0, 11, 0, 0)	11
1 - 4 - 6 - 7	7	(0, 11, 7, 0, 11, 0, 7, 0, 11, 0, 7)	18
1 - 2 - 4 - 6 - 7	6	(6, 11, 7, 6, 11, 0, 13, 0, 11, 0, 13)	24
1 - 2 - 4 - 6 - 5 - 7	1	(7, 11, 7, 7, 11, 0, 14, 0, 12, 1, 13)	25

Taglio di capacità minima: $N_s = \{1, 2, 3, 4\}$ $N_t = \{5, 6, 7\}$