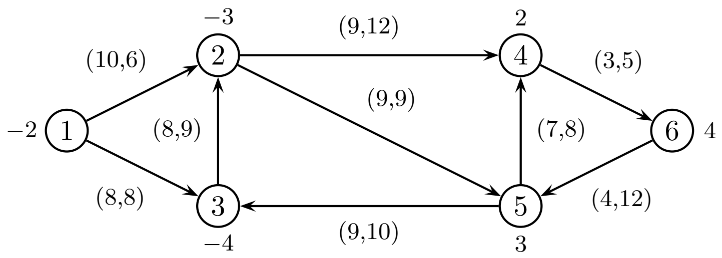
Corso di Ricerca Operativa – Esercitazione del 15/12/2015

Esercizio 1. Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

città	**2**	**3**	**4**	**5**
1	11	5	23	35
2		44	18	39
3			25	40
4				6

a) Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 2–albero di costo minimo.
b) Trovare una valutazione superiore applicando l'algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 3.
c) Applicare il metodo del *Branch and Bound*, utilizzando il 2–albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell'ordine, le variabili x_{25}, x_{15}, x_{45}.

Esercizio 2.
a) Completare la seguente tabella considerando il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete (su ogni nodo è indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità).



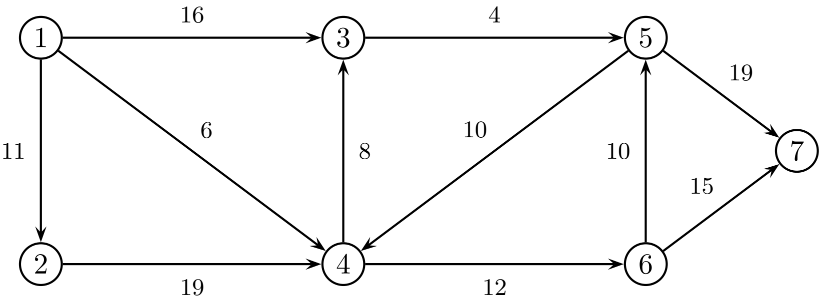
Archi di T	Archi di U	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenere (si/no)
(1,2) (1,3) (4,6) (5,3) (6,5)	(2,5)	$x =$		
(1,3) (3,2) (4,6) (5,3) (6,5)	(1,2)	$\pi = (0,$		

b) Costruire in una rete a 4 nodi e 5 archi (indicando costi, capacità e bilanci) un flusso ottimo non di base.

Esercizio 3. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 2.

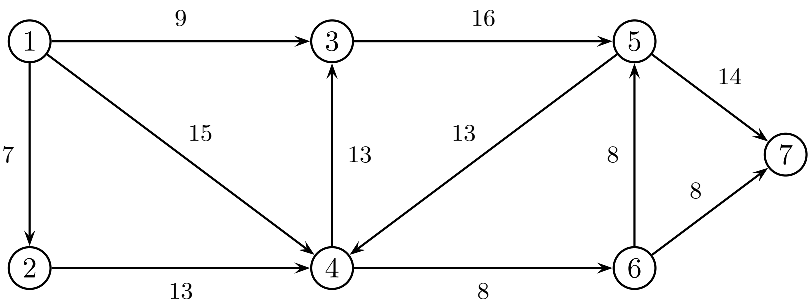
	1° iterazione	2° iterazione
Archi di T	(1,3) (2,4) (3,2) (4,6) (5,4)	
Archi di U	(2,5)	
x		
π		
Arco entrante		
ϑ^+, ϑ^-		
Arco uscente		

Esercizio 4. a) Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.



	iter 1		iter 2		iter 3		iter 4		iter 5		iter 6		iter 7	
	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p
nodo visitato														
nodo 2														
nodo 3														
nodo 4														
nodo 5														
nodo 6														
nodo 7														
insieme Q														

b) Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 7 sulla seguente rete.



cammino aumentante	δ	x	v

Taglio di capacità minima: $N_s =$ $N_t =$

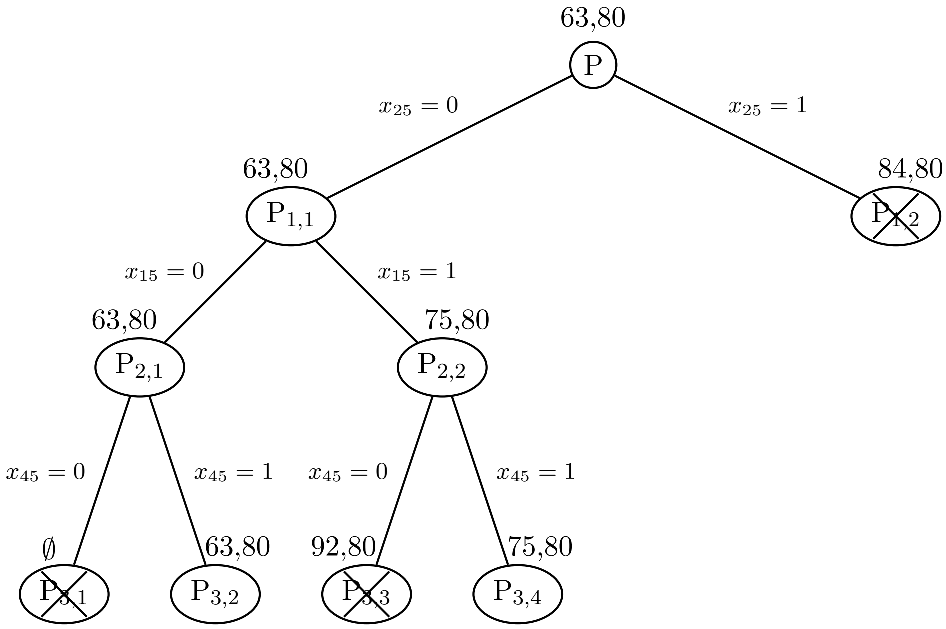
SOLUZIONI

Esercizio 1.

a) 2–albero: (1,2) (1,3) (1,4) (2,4) (4,5) $\quad v_I(P) = 63$

b) ciclo: 3 – 1 – 2 – 4 – 5 $\quad v_S(P) = 80$

c)



Esercizio 2.

Archi di T	Archi di U	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenere (si/no)
(1,2) (1,3) (4,6) (5,3) (6,5)	(2,5)	$x = (6,\ -4,\ 0,\ 9,\ 0,\ -2,\ 0,\ 0,\ -6)$	NO	SI
(1,3) (3,2) (4,6) (5,3) (6,5)	(1,2)	$\pi = (0,\ 16,\ 8,\ -8,\ -1,\ -5)$	SI	NO

Esercizio 3.

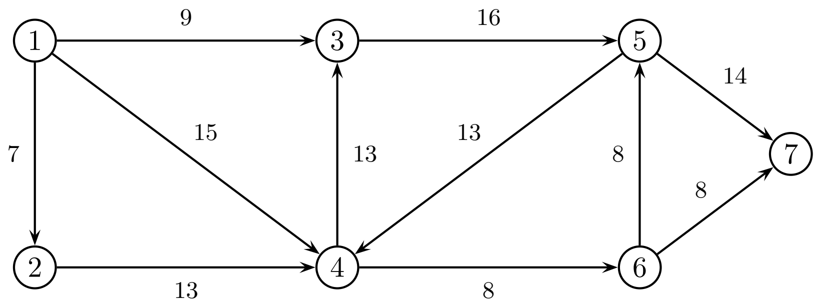
	1° iterazione	2° iterazione
Archi di T	(1,3) (2,4) (3,2) (4,6) (5,4)	(1,2) (2,4) (3,2) (4,6) (5,4)
Archi di U	(2,5)	(2,5)
x	(0, 2, 0, 9, 6, 4, 0, 6, 0)	(2, 0, 0, 9, 4, 4, 0, 6, 0)
π	(0, 16, 8, 25, 18, 28)	(0, 10, 2, 19, 12, 22)
Arco entrante	(1,2)	(2,5)
ϑ^+, ϑ^-	6 , 2	12 , 6
Arco uscente	(1,3)	(5,4)

Esercizio 4.

a)

	iter 1		iter 2		iter 3		iter 4		iter 5		iter 6		iter 7	
	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p
nodo visitato	1		4		2		3		5		6		7	
nodo 2	11	1	11	1	11	1	11	1	11	1	11	1	11	1
nodo 3	16	1	14	4	14	4	14	4	14	4	14	4	14	4
nodo 4	6	1	6	1	6	1	6	1	6	1	6	1	6	1
nodo 5	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	18	3	18	3	18	3	18	3
nodo 6	$+\infty$	-1	18	4	18	4	18	4	18	4	18	4	18	4
nodo 7	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	37	5	33	6	33	6
insieme Q	2, 3, 4		2, 3, 6		3, 6		5, 6		6, 7		7		$\emptyset$	

b)



cammino aumentante	δ	x	v
1 - 3 - 5 - 7	9	(0, 9, 0, 0, 9, 0, 0, 0, 9, 0, 0)	9
1 - 4 - 6 - 7	8	(0, 9, 8, 0, 9, 0, 8, 0, 9, 0, 8)	17
1 - 4 - 3 - 5 - 7	5	(0, 9, 13, 0, 14, 5, 8, 0, 14, 0, 8)	22

Taglio di capacità minima: $N_s = \{1,2,3,4,5\}$ $\quad N_t = \{6,7\}$