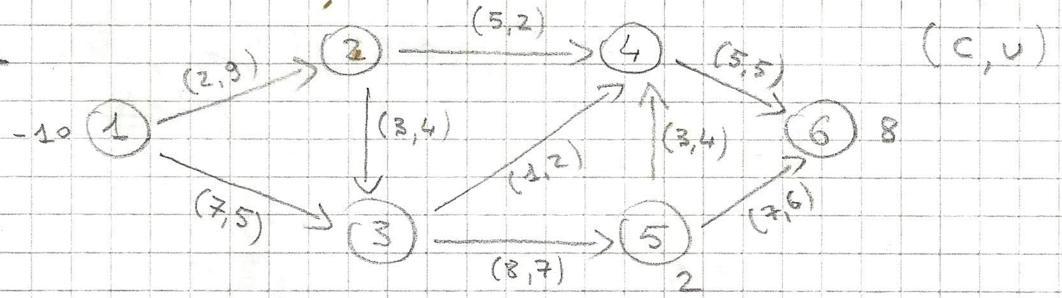
ESEMPIO 1

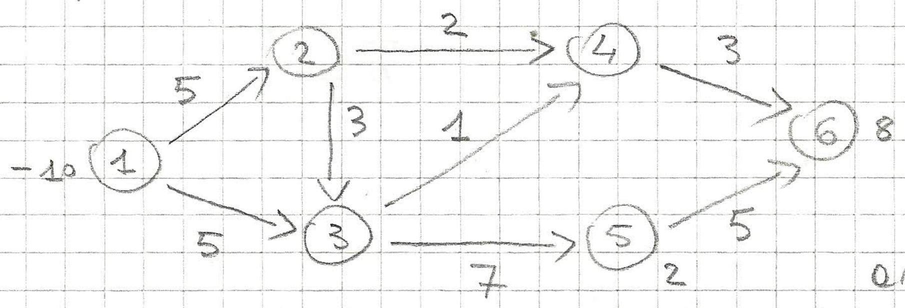


Consideriamo la tripartizione (T, U, L) ove

$T = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,6), (5,6)\}$

$U = \{(1,3), (2,4), (3,5)\}$, $L = \{(5,4)\}$

La corrispondente soluzione è



ammissibile

Calcolo del potenziale π : $\pi^T E_T = c_T^T$

$\pi_1 = 0$, $-\pi_1 + \pi_2 = 2 \Rightarrow \pi_2 = 2$

$-\pi_2 + \pi_3 = 3 \Rightarrow \pi_3 = 5$

$-\pi_3 + \pi_4 = 1 \Rightarrow \pi_4 = 6$

$-\pi_4 + \pi_6 = 5 \Rightarrow \pi_6 = 11$

$-\pi_5 + \pi_6 = 7 \Rightarrow \pi_5 = 4$

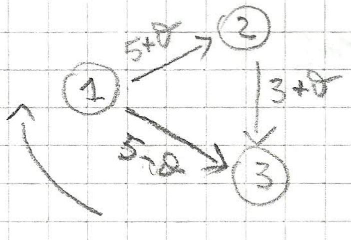
$\bar{\pi} = (0, 2, 5, 6, 4, 11)$

Condizioni di ottimalità : $\bar{c}_{ij} \geq 0 \quad (i,j) \in L$

$\bar{c}_{ij} \leq 0 \quad (i,j) \in U$

Consideriamo sempre l'ordine lessicografico :

$\bar{c}_{13} = 7 + \pi_1 - \pi_3 = 7 - 5 > 0 \Rightarrow (1,3)$ entrante



$\Rightarrow \begin{cases} 5 + \vartheta \leq 9 \\ 3 + \vartheta \leq 4 \\ 5 - \vartheta \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \vartheta^- = 5 , \ \vartheta^+ = 1$

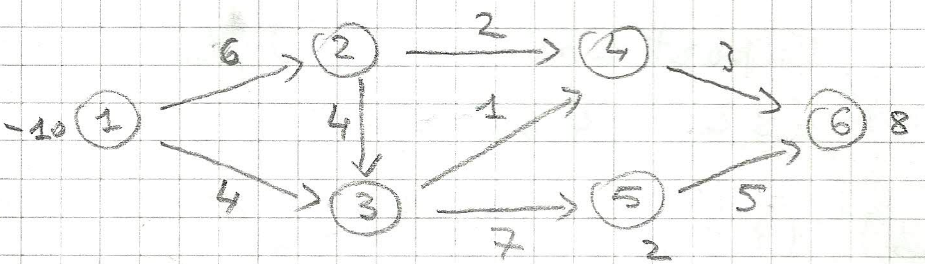
$\Rightarrow (2,3)$ uscente

PASSO 2

$T = \{ (1,2), (1,3), (3,4), (4,6), (5,6) \}$

$L = \{ (5,4) \}$

$U = \{ (2,3), (2,4), (3,5) \}$



Calcolo di π : Osserviamo che $\pi_1 = 0$, $\pi_2 = 2$, $\pi_3 = 7$

$-\pi_3 + \pi_4 = 1 \Rightarrow \pi_4 = 8$

$-\pi_4 + \pi_6 = 5 \quad '' \quad \pi_6 = 13$ $\qquad \pi = (0, 2, 7, 8, 6, 13)$

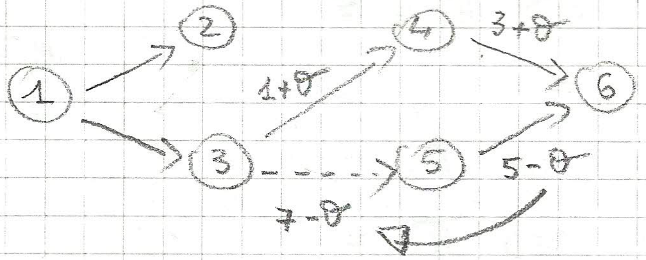
$-\pi_5 + \pi_6 = 7 \quad '' \quad \pi_5 = 6$

Ottimalità

$\bar{c}_{23} = 3 + 2 - 7 = -2 < 0$ (o.k.)

$\bar{c}_{24} = 5 + 2 - 8 = -1 < 0$ (o.k.)

$\bar{c}_{35} = 8 + 7 - 6 = 9 > 0 \Rightarrow (3,5)$ entrante



$$\begin{cases} 1+\vartheta \le 2 \\ 3+\vartheta \le 5 \\ 5-\vartheta \ge 0 \\ 7-\vartheta \ge 0 \end{cases} \qquad \vartheta^+ = 1 \qquad \vartheta^- = 5$$

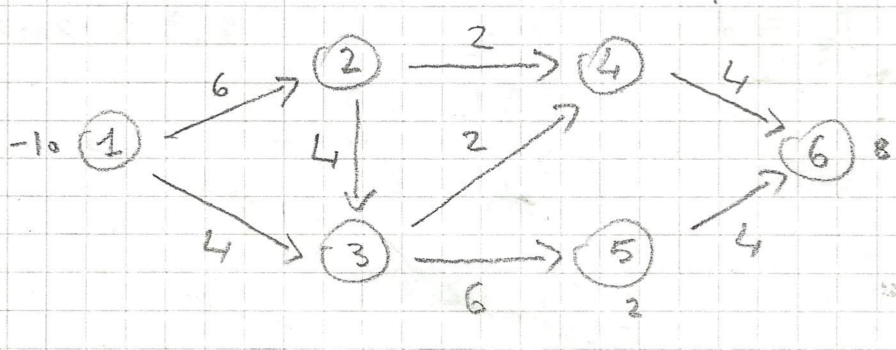
$\vartheta_{MAX} = 1$

Quindi $(3,4)$ è uscente e va in U

PASSO 3

$T = \{ (1,2), (1,3), (3,5), (4,6), (5,6) \}$

$L = \{ (5,4) \}$, $U = \{ (2,3), (2,4), (3,4) \}$



Calcolo di π : $\pi_1 = 0$, $\pi_2 = 2$, $\pi_3 = 7$

$-\pi_3 + \pi_5 = 8 \implies \pi_5 = 15$

$-\pi_5 + \pi_6 = 7 \implies \pi_6 = 22$ $\quad \overline{\pi} = (0, 2, 7, 17, 15, 22)$

$-\pi_4 + \pi_6 = 5 \implies \pi_4 = 17$

Ottimalità

$\overline{c}_{23} = 3 + 2 - 7 < 0$ (o.k)

$\overline{c}_{24} = 5 + 2 - 17 < 0$ "

$\overline{c}_{34} = 1 + 7 - 17 < 0$ "

$\overline{c}_{54} = 3 + 15 - 17 > 0$ (o.k)

$\implies$ SOLUZIONE OTTIMA ed unica essendo $\overline{\pi}$ non degenere

$\overline{x} = (6, 4, 4, 2, 2, 6, 4, 0, 4)$

non degenere

OSSERVAZIONE: Per la determinazione del massimo valore ϑ, si procede nel modo seguente: sia C il ciclo che si genera aggiungendo a T l'arco entrante. Se l'arco entrante è in L allora il verso del ciclo è concorde con il verso dell'arco, altrimenti è discorde. Siano C^+ e C^- gli archi del ciclo concordi e discordi con il verso stabilito. Allora:

$\vartheta^+ := \min \{ u_{ij} - \overline{x}_{ij} : (i,j) \in C^+ \}$

$\vartheta^- := \min \{ \overline{x}_{ij} : (i,j) \in C^- \}$.

$\vartheta := \min \{ \vartheta^+, \vartheta^- \}$.

Se $\vartheta = \vartheta^+$ allora l'arco uscente va in U

Se $\vartheta = \vartheta^-$ " " " " " L.