Corso di Ricerca Operativa – Prova in itinere del 16/12/2015

(Cognome)	(Nome)	(Matricola)

Esercizio 1. Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

città	**2**	**3**	**4**	**5**
1	23	11	30	19
2		21	25	28
3			20	7
4				27

a) Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 3–albero di costo minimo.

3–albero: $v_I(P) =$

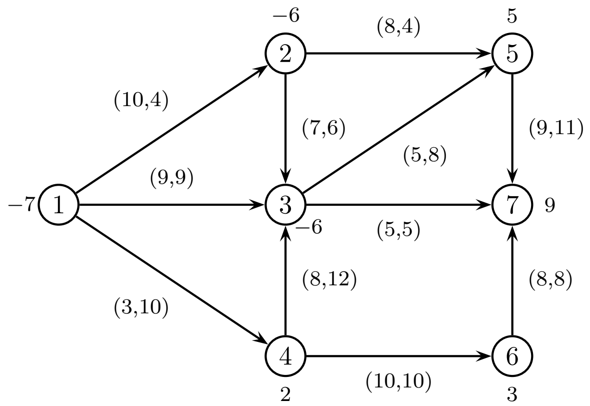
b) Trovare una valutazione superiore applicando l'algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 4.

ciclo: $v_S(P) =$

c) Applicare il metodo del *Branch and Bound*, utilizzando il 3–albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell'ordine, le variabili x_{15}, x_{13}, x_{35}.

Esercizio 2.

a) Completare la seguente tabella considerando il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete (su ogni nodo è indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità).



Archi di T	Archi di U	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenere (si/no)
(1,2) (1,3) (3,5) (3,7) (4,6) (6,7)	(1,4) (2,3)	$x =$		
(1,2) (2,3) (3,5) (4,6) (5,7) (6,7)	(1,3) (2,5)	$\pi = (0,$		

b) Costruire in una rete a 4 nodi e 5 archi (indicando costi, capacità e bilanci) un flusso di base degenere che sia ottimo.

Rete:

Flusso $x =$

Qual è la base associata ad x?

Perché x è degenere?

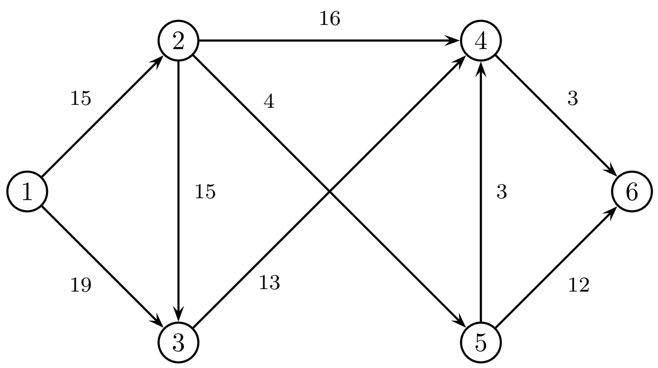
Perché x è ottimo?

Esercizio 3. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 2.

	1° iterazione	2° iterazione
Archi di T	(1,4) (2,3) (3,5) (4,3) (4,6) (5,7)	
Archi di U	(2,5) (3,7)	
x		
π		
Arco entrante		
ϑ^+, ϑ^-		
Arco uscente		

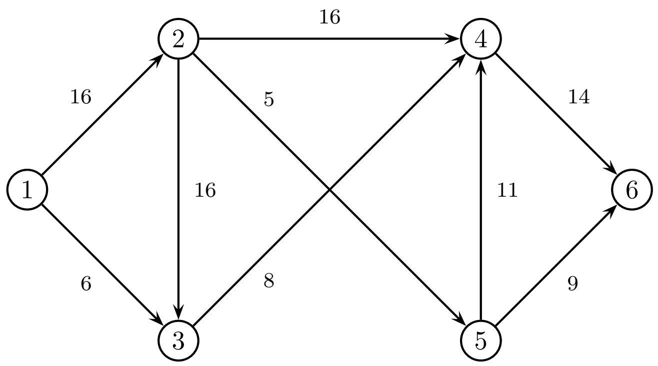
Esercizio 4.

a) Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.



	iter 1		iter 2		iter 3		iter 4		iter 5		iter 6	
	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p
nodo visitato												
nodo 2												
nodo 3												
nodo 4												
nodo 5												
nodo 6												
insieme Q												

b) Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 6 sulla seguente rete.



cammino aumentante	δ	x	v

Taglio di capacità minima: $N_s =$ $N_t =$

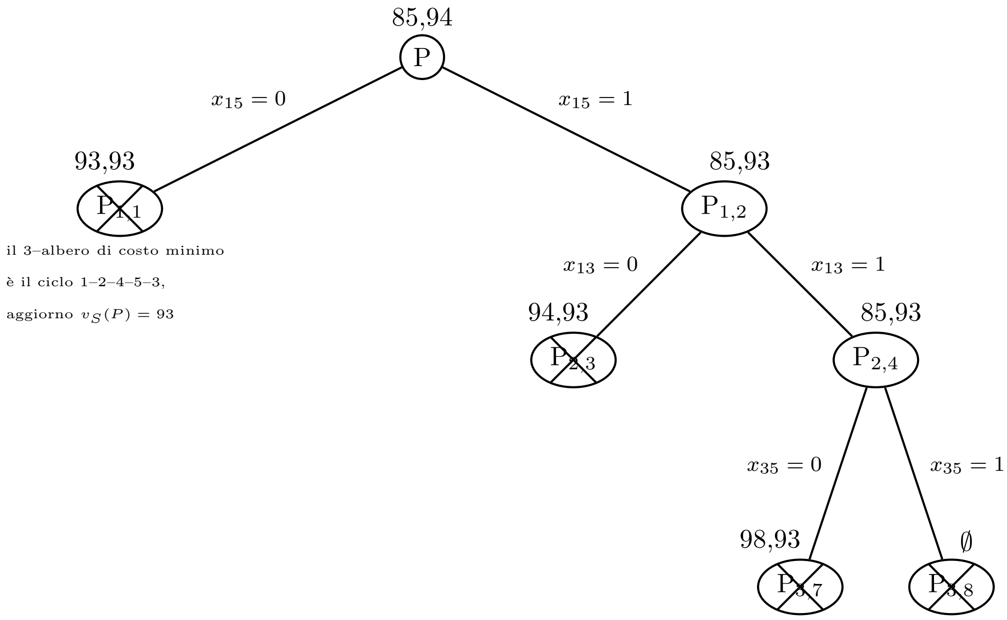
SOLUZIONI

Esercizio 1.

a) 3–albero: (1 , 2) (1 , 3) (1 , 5) (2 , 4) (3 , 5) $\quad v_I(P) = 85$

b) ciclo: 4 – 3 – 5 – 1 – 2 $\quad v_S(P) = 94$

c)



Il ciclo ottimo è 1–2–4–5–3.

Esercizio 2.

Archi di T	Archi di U	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenere (si/no)
(1,2) (1,3) (3,5) (3,7) (4,6) (6,7)	(1,4) (2,3)	$x = (0,\ -3,\ 10,\ 6,\ 0,\ 5,\ 4,\ 0,\ 8,\ 0,\ 5)$	NO	SI
(1,2) (2,3) (3,5) (4,6) (5,7) (6,7)	(1,3) (2,5)	$\pi = (0,\ 10,\ 17,\ 13,\ 22,\ 23,\ 31)$	NO	NO

Esercizio 3.

	1° iterazione	2° iterazione
Archi di T	(1,4) (2,3) (3,5) (4,3) (4,6) (5,7)	(1,3) (1,4) (2,3) (3,5) (4,6) (5,7)
Archi di U	(2,5) (3,7)	(2,5) (3,7)
x	(0, 0, 7, 2, 4, 5, 5, 2, 3, 4, 0)	(0, 2, 5, 2, 4, 5, 5, 0, 3, 4, 0)
π	(0, 4, 11, 3, 16, 13, 25)	(0, 2, 9, 3, 14, 13, 23)
Arco entrante	(1,3)	(6,7)
ϑ^+, ϑ^-	9 , 2	5 , 2
Arco uscente	(4,3)	(1,3)

Esercizio 4.

a)

	iter 1		iter 2		iter 3		iter 4		iter 5		iter 6	
	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p
nodo visitato	1		2		3		5		4		6	
nodo 2	15	1	15	1	15	1	15	1	15	1	15	1
nodo 3	19	1	19	1	19	1	19	1	19	1	19	1
nodo 4	$+\infty$	-1	31	2	31	2	22	5	22	5	22	5
nodo 5	$+\infty$	-1	19	2	19	2	19	2	19	2	19	2
nodo 6	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	31	5	25	4	25	4
insieme Q	2, 3		3, 4, 5		4, 5		4, 6		6		$\emptyset$	

b)

cammino aumentante	δ	x	v
1 - 2 - 4 - 6	14	(14, 0, 0, 14, 0, 0, 14, 0, 0)	14
1 - 2 - 5 - 6	2	(16, 0, 0, 14, 2, 0, 14, 0, 2)	16
1 - 3 - 4 - 2 - 5 - 6	3	(16, 3, 0, 14, 5, 3, 14, 0, 5)	19

Taglio di capacità minima: $N_s = \{1, 2, 3, 4\}$ $N_t = \{5, 6\}$