

Corso di Ricerca Operativa – Prova in itinere del 06/11/2015

(Cognome)

(Nome)

(Matricola)

**Esercizio 1.** Un *personal trainer* deve preparare un piano di allenamento settimanale di 7 ore combinando diverse attività fisiche. Nella tabella seguente sono riportate le attività possibili, le calorie consumate in un'ora di attività e il numero massimo di ore dedicabili ad ogni attività:

Attività	Camminare	Jogging	Nuoto	Ginnastica	Bicicletta
Calorie consumate	100	300	200	250	150
Max numero ore	6	2	4	3	5

Il piano di allenamento richiede almeno due ore di sport all'aperto (camminare, jogging, bicicletta), che le calorie consumate con gli sport all'aperto non superino il 50% delle calorie totali consumate e che le ore di nuoto non siano più del 20% del totale. Qual è il piano di allenamento che massimizza le calorie consumate?

- a) Scrivere un modello di programmazione lineare associato al problema.

Variabili decisionali:

Modello:

- b) Trasformare il problema di PL del punto a) nella forma primale standard

$$\begin{cases} \max c^T x \\ Ax \leq b \end{cases}$$

Scrivere la matrice  $A$  ed i vettori  $b$  e  $c$ .

$A =$

$b =$

$c =$

**Esercizio 2.** Completare la seguente tabella considerando il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \max -2 x_1 - 7 x_2 \\ -x_1 \leq -1 \\ -x_2 \leq 0 \\ -x_1 + x_2 \leq 2 \\ -x_1 + 2 x_2 \leq 7 \\ x_1 \leq 5 \\ -x_1 \leq 2 \end{cases}$$

Base	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenera (si/no)
{2, 5}	$x =$		
{1, 2}	$y =$		

**Esercizio 3.** Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso primale per il problema dell'esercizio 2.

	Base	$x$	$y$	Indice uscente	Rapporti	Indice entrante
1° iterazione	{3,4}					
2° iterazione						

**Esercizio 4.** Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso duale per il seguente problema:

$$\begin{cases} \min 2 y_3 + 7 y_4 + 5 y_5 \\ -3 y_1 - y_3 - y_4 + y_5 - y_6 = -5 \\ y_1 - y_2 + y_3 + 2 y_4 = 6 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

	Base	$x$	$y$	Indice entrante	Rapporti	Indice uscente
1° iterazione	{4,6}					
2° iterazione						



**Esercizio 6.** Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \max 12 x_1 + 7 x_2 \\ 10 x_1 + 7 x_2 \leq 58 \\ 6 x_1 + 16 x_2 \leq 59 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

a) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento =

$v_S(P) =$

b) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo arrotondando la soluzione ottima del rilassamento.

sol. ammissibile =

$v_I(P) =$

c) Calcolare un taglio di Gomory.

$r =$

taglio:

## SOLUZIONI

### Esercizio 1.

a) Variabili decisionali:

$x_1$  = ore dedicate a camminare,  $x_2$  = ore dedicate al jogging,  $x_3$  = ore dedicate al nuoto,  $x_4$  = ore dedicate alla ginnastica,  $x_5$  = ore dedicate alla bicicletta.

Modello:

$$\begin{cases} \max 100x_1 + 300x_2 + 200x_3 + 250x_4 + 150x_5 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 7 \\ x_1 + x_2 + x_5 \geq 2 \\ 100x_1 + 300x_2 + 150x_5 \leq 0.5(100x_1 + 300x_2 + 200x_3 + 250x_4 + 150x_5) \\ x_1 \leq 6 \\ x_2 \leq 2 \\ x_3 \leq 1.4 \\ x_4 \leq 3 \\ x_5 \leq 5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 50 & 150 & -100 & -125 & 75 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 7 \\ -7 \\ -2 \\ 0 \\ 6 \\ 2 \\ 1.4 \\ 3 \\ 5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 100 \\ 300 \\ 200 \\ 250 \\ 150 \end{pmatrix}.$$

### Esercizio 2.

Base	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenera (si/no)
{2, 5}	$x = (5, 0)$	SI	NO
{1, 2}	$y = (2, 7, 0, 0, 0, 0)$	SI	NO

### Esercizio 3.

	Base	$x$	$y$	Indice uscente	Rapporti	Indice entrante
1° iterazione	{3, 4}	(3, 5)	(0, 0, 11, -9, 0, 0)	4	2, 5, 5	1
2° iterazione	{1, 3}	(1, 3)	(9, 0, -7, 0, 0, 0)	3	3	2

### Esercizio 4.

	Base	$x$	$y$	Indice entrante	Rapporti	Indice uscente
1° iterazione	{4, 6}	$\left(0, \frac{7}{2}\right)$	(0, 0, 0, 3, 0, 2)	1	$6, \frac{4}{5}$	6
2° iterazione	{1, 4}	$\left(\frac{7}{5}, \frac{21}{5}\right)$	$\left(\frac{4}{5}, 0, 0, \frac{13}{5}, 0, 0\right)$	3	$4, \frac{13}{2}$	1

**Esercizio 5.**

- a) Variabili decisionali:  $x_A$  = numero di pacchi di tipo A prodotti,  $x_B$  = numero di pacchi di tipo B prodotti,  $x_C$  = numero di pacchi di tipo C prodotti.

Modello di PLI:

$$\begin{cases} \max 15x_A + 17x_B + 19x_C \\ x_A + 3x_B + 2x_C \leq 610 \\ x_A + 2x_B + 4x_C \leq 700 \\ 3x_A + x_B + x_C \leq 280 \\ x_A, x_B, x_C \geq 0 \\ x_A, x_B, x_C \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

- b)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -15 \\ -17 \\ -19 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 610 \\ 700 \\ 280 \end{pmatrix}.$$

**Esercizio 6.**

a) sol. ottima del rilassamento =  $\left(\frac{29}{5}, 0\right)$   $v_S(P) = 69$

b) sol. ammissibile =  $(5, 0)$   $v_I(P) = 60$

c)

$r = 1$   $x_1 \leq 5$

$r = 4$   $4x_1 + 2x_2 \leq 23$