Corso di Ricerca Operativa – Prova in itinere del 16/12/2015

(Cognome) (Nome) (Matricola)

Esercizio 1. Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

città	**2**	**3**	**4**	**5**
1	20	24	31	12
2		29	28	8
3			26	22
4				21

a) Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 5–albero di costo minimo.

5–albero: $v_I(P) =$

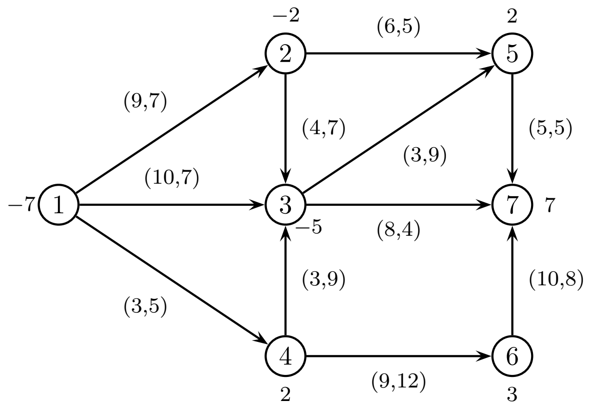
b) Trovare una valutazione superiore applicando l'algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 4.

ciclo: $v_S(P) =$

c) Applicare il metodo del *Branch and Bound*, utilizzando il 5–albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell'ordine, le variabili x_{12}, x_{15}, x_{25}.

Esercizio 2.

a) Completare la seguente tabella considerando il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete (su ogni nodo è indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità).



Archi di T	Archi di U	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenere (si/no)
(1,3) (1,4) (2,5) (4,6) (5,7) (6,7)	(1,2) (2,3)	$x =$		
(1,2) (1,3) (3,5) (4,3) (4,6) (5,7)	(1,4) (6,7)	$\pi = (0,$		

b) Costruire in una rete a 4 nodi e 5 archi (indicando costi, capacità e bilanci) un flusso di base degenere che sia ottimo.

Rete:

Flusso $x =$

Qual è la base associata ad x?

Perché x è degenere?

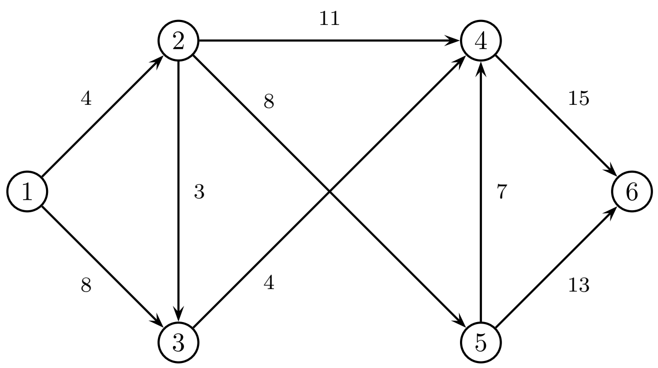
Perché x è ottimo?

Esercizio 3. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 2.

	1° iterazione	2° iterazione
Archi di T	(1,2) (2,3) (3,5) (3,7) (4,6) (6,7)	
Archi di U	(1,4) (5,7)	
x		
π		
Arco entrante		
ϑ^+, ϑ^-		
Arco uscente		

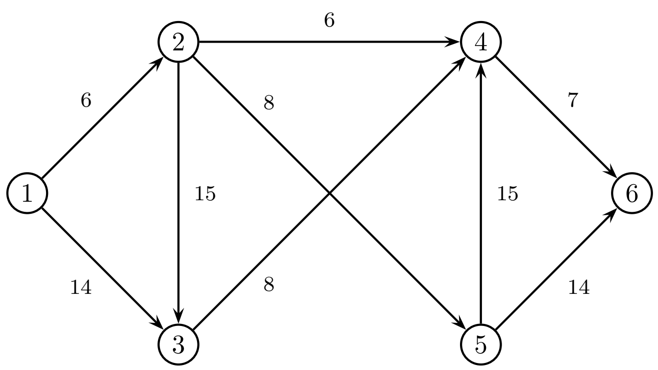
Esercizio 4.

a) Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.



	iter 1		iter 2		iter 3		iter 4		iter 5		iter 6	
	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p
nodo visitato												
nodo 2												
nodo 3												
nodo 4												
nodo 5												
nodo 6												
insieme Q												

b) Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 6 sulla seguente rete.



cammino aumentante	δ	x	v

Taglio di capacità minima: $N_s =$ $N_t =$

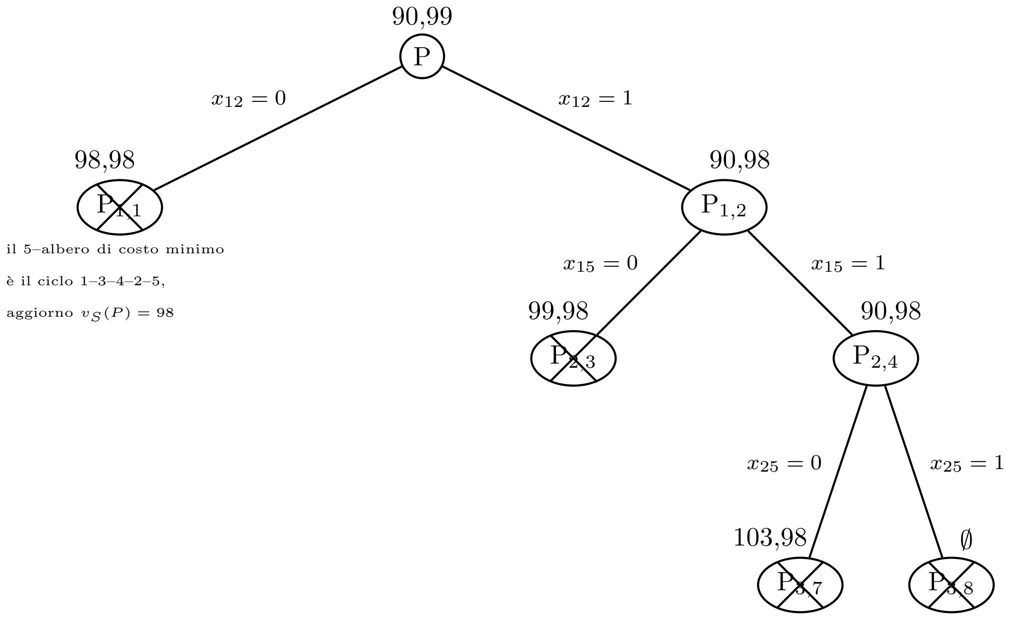
SOLUZIONI

Esercizio 1.

a) 5–albero: (1 , 2) (1 , 3) (1 , 5) (2 , 5) (3 , 4) $\quad v_I(P) = 90$

b) ciclo: 4 − 5 − 2 − 1 − 3 $\quad v_S(P) = 99$

c)



Il ciclo ottimo è 1–3–4–2–5.

Esercizio 2.

Archi di T	Archi di U	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenere (si/no)
(1,3) (1,4) (2,5) (4,6) (5,7) (6,7)	(1,2) (2,3)	$x = (7,\ -12,\ 12,\ 7,\ 2,\ 0,\ 0,\ 0,\ 10,\ 0,\ 7)$	NO	SI
(1,2) (1,3) (3,5) (4,3) (4,6) (5,7)	(1,4) (6,7)	$\pi = (0,\ 9,\ 10,\ 7,\ 13,\ 16,\ 18)$	NO	SI

Esercizio 3.

	1° iterazione	2° iterazione
Archi di T	(1,2) (2,3) (3,5) (3,7) (4,6) (6,7)	(1,3) (2,3) (3,5) (3,7) (4,6) (6,7)
Archi di U	(1,4) (5,7)	(1,4) (5,7)
x	(2, 0, 5, 4, 0, 7, 2, 0, 3, 5, 0)	(0, 2, 5, 2, 0, 7, 2, 0, 3, 5, 0)
π	(0, 9, 13, 2, 16, 11, 21)	(0, 6, 10, −1, 13, 8, 18)
Arco entrante	(1,3)	(1,4)
ϑ^+, ϑ^-	7 , 2	2 , 0
Arco uscente	(1,2)	(6,7)

Esercizio 4.

a)

	iter 1		iter 2		iter 3		iter 4		iter 5		iter 6	
	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p	π	p
nodo visitato	1		2		3		4		5		6	
nodo 2	4	1	4	1	4	1	4	1	4	1	4	1
nodo 3	8	1	7	2	7	2	7	2	7	2	7	2
nodo 4	$+\infty$	-1	15	2	11	3	11	3	11	3	11	3
nodo 5	$+\infty$	-1	12	2	12	2	12	2	12	2	12	2
nodo 6	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	$+\infty$	-1	26	4	25	5	25	5
insieme Q	2, 3		3, 4, 5		4, 5		5, 6		6		$\emptyset$	

b)

cammino aumentante	δ	x	v
1 - 2 - 4 - 6	6	(6, 0, 0, 6, 0, 0, 6, 0, 0)	6
1 - 3 - 4 - 6	1	(6, 1, 0, 6, 0, 1, 7, 0, 0)	7
1 - 3 - 4 - 2 - 5 - 6	6	(6, 7, 0, 6, 6, 7, 7, 0, 6)	13

Taglio di capacità minima: $N_s = \{1, 3, 4\}$ $N_t = \{2, 5, 6\}$