

Corso di Ricerca Operativa – Prova in itinere del 06/11/2015

(Cognome)

(Nome)

(Matricola)

Esercizio 1. Un *personal trainer* deve preparare un piano di allenamento settimanale di 8 ore combinando diverse attività fisiche. Nella tabella seguente sono riportate le attività possibili, le calorie consumate in un'ora di attività e il numero massimo di ore dedicabili ad ogni attività:

Attività	Camminare	Jogging	Nuoto	Ginnastica	Bicicletta
Calorie consumate	100	300	200	250	150
Max numero ore	6	3	4	3	5

Il piano di allenamento richiede almeno due ore di sport all'aperto (camminare, jogging, bicicletta), che le calorie consumate con gli sport all'aperto non superino il 50% delle calorie totali consumate e che le ore di nuoto non siano più del 10% del totale. Qual è il piano di allenamento che massimizza le calorie consumate?

a) Scrivere un modello di programmazione lineare associato al problema.

Variabili decisionali:

Modello:

b) Trasformare il problema di PL del punto a) nella forma primale standard

$$\begin{cases} \max c^T x \\ Ax \leq b \end{cases}$$

Scrivere la matrice A ed i vettori b e c .

$A =$

$b =$

$c =$

Esercizio 2. Completare la seguente tabella considerando il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \max -9 x_1 - 5 x_2 \\ x_1 + x_2 \leq 0 \\ x_1 \leq 0 \\ -x_1 + x_2 \leq 4 \\ -x_1 - x_2 \leq 4 \\ -x_2 \leq 2 \\ 2 x_1 + x_2 \leq 0 \end{cases}$$

Base	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenera (si/no)
{1, 2}	$x =$		
{2, 3}	$y =$		

Esercizio 3. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso primale per il problema dell'esercizio 2.

	Base	x	y	Indice uscente	Rapporti	Indice entrante
1° iterazione	{2,5}					
2° iterazione						

Esercizio 4. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso duale per il seguente problema:

$$\begin{cases} \min 2 y_3 + 7 y_4 + 5 y_5 + 5 y_6 \\ -3 y_1 - y_3 - y_4 + y_5 + y_6 = -4 \\ y_1 - y_2 + y_3 + 2 y_4 - y_6 = 3 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

	Base	x	y	Indice entrante	Rapporti	Indice uscente
1° iterazione	{2,4}					
2° iterazione						

Esercizio 5. Una ditta dolciaria produce tre tipi di pacchi natalizi: A, B e C. Ogni pacco contiene un certo numero di confezioni di torrone, panettone e spumante. La tabella seguente indica la composizione di ogni tipo di pacco e le confezioni disponibili di torrone, panettone e spumante:

	Torrone	Panettone	Spumante
Pacco A	1	1	3
Pacco B	3	2	1
Pacco C	2	4	1
Disponibilità	510	800	180

Sapendo che i pacchi A, B e C sono venduti rispettivamente a 16€, 18€ e 20€, la ditta deve determinare quanti pacchi di ogni tipo produrre in modo da massimizzare il profitto.

- a) Scrivere un modello di programmazione lineare intera associato al problema.

Variabili decisionali:

Modello:

- b) Trasformare il problema di PLI del punto a) nella forma duale standard

$$\begin{cases} \min y^T b \\ y^T A = c^T \\ y \geq 0 \\ y \in \mathbb{Z}^n \end{cases}$$

Scrivere la matrice A ed i vettori b e c .

$A =$

$b =$

$c =$

Esercizio 6. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \max 12 x_1 + 6 x_2 \\ 14 x_1 + 13 x_2 \leq 63 \\ 7 x_1 + 18 x_2 \leq 60 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

a) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento =

$v_S(P) =$

b) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo arrotondando la soluzione ottima del rilassamento.

sol. ammissibile =

$v_I(P) =$

c) Calcolare un taglio di Gomory.

$r =$

taglio:

SOLUZIONI

Esercizio 1.

a) Variabili decisionali:

x_1 = ore dedicate a camminare, x_2 = ore dedicate al jogging, x_3 = ore dedicate al nuoto, x_4 = ore dedicate alla ginnastica, x_5 = ore dedicate alla bicicletta.

Modello:

$$\begin{cases} \max 100x_1 + 300x_2 + 200x_3 + 250x_4 + 150x_5 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 8 \\ x_1 + x_2 + x_5 \geq 2 \\ 100x_1 + 300x_2 + 150x_5 \leq 0.5(100x_1 + 300x_2 + 200x_3 + 250x_4 + 150x_5) \\ x_1 \leq 6 \\ x_2 \leq 3 \\ x_3 \leq 0.8 \\ x_4 \leq 3 \\ x_5 \leq 5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

b)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 50 & 150 & -100 & -125 & 75 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 8 \\ -8 \\ -2 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \\ 0.8 \\ 3 \\ 5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 100 \\ 300 \\ 200 \\ 250 \\ 150 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 2.

Base	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenera (si/no)
{1, 2}	$x = (0, 0)$	SI	SI
{2, 3}	$y = (0, -14, -5, 0, 0, 0)$	NO	NO

Esercizio 3.

	Base	x	y	Indice uscente	Rapporti	Indice entrante
1° iterazione	{2, 5}	(0, -2)	(0, -9, 0, 0, 5, 0)	2	6, 2	4
2° iterazione	{4, 5}	(-2, -2)	(0, 0, 0, 9, -4, 0)	5	2	3

Esercizio 4.

	Base	x	y	Indice entrante	Rapporti	Indice uscente
1° iterazione	{2, 4}	(-7, 0)	(0, 5, 0, 4, 0, 0)	1	$1, \frac{4}{3}$	2
2° iterazione	{1, 4}	$\left(\frac{7}{5}, \frac{21}{5}\right)$	(1, 0, 0, 1, 0, 0)	3	$5, \frac{5}{2}$	4

Esercizio 5.

- a) Variabili decisionali: x_A = numero di pacchi di tipo A prodotti, x_B = numero di pacchi di tipo B prodotti, x_C = numero di pacchi di tipo C prodotti.

Modello di PLI:

$$\begin{cases} \max 16x_A + 18x_B + 20x_C \\ x_A + 3x_B + 2x_C \leq 510 \\ x_A + 2x_B + 4x_C \leq 800 \\ 3x_A + x_B + x_C \leq 180 \\ x_A, x_B, x_C \geq 0 \\ x_A, x_B, x_C \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

- b)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -16 \\ -18 \\ -20 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 510 \\ 800 \\ 180 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 6.

a) sol. ottima del rilassamento = $\left(\frac{9}{2}, 0\right)$ $v_S(P) = 54$

b) sol. ammissibile = $(4, 0)$ $v_I(P) = 48$

c)

$r = 1$ $x_1 \leq 4$

$r = 4$ $7x_1 + 6x_2 \leq 31$