

PROGRAMMAZIONE 1 e LABORATORIO (A,B) - a.a. 2009-2010

Verifica scritta del 4/11/2009

Scrivere **IN STAMPATELLO** COGNOME, NOME e CORSO su ogni foglio consegnato

ESERCIZIO 1 (5 punti)

Definire una grammatica libera che genera il seguente linguaggio sull'alfabeto $\{a, b, c\}$:

$$\mathcal{L} = \{[ab]^{2n}b^k c^{2(k-1)}c^{n-1} \mid n > 0, k > 0\}$$

dove la notazione $[ab]^h$ indica la sequenza $\underbrace{abab \dots ab}_{h \text{ volte}}$.

ESERCIZIO 2 (5 punti)

Data la seguente definizione di funzione ricorsiva dai naturali nei naturali,

```
let rec f x = if x=0 then 0 else x + f (x-1);;
```

si dia la definizione ricorsiva dell'insieme delle coppie di naturali che descrive il grafico di f e si calcolino le prime quattro approssimazioni del minimo punto fisso dell'equazione ottenuta.

ESERCIZIO 3 (5 punti)

Indicare il tipo delle seguenti funzioni

(i) `let f x y z = (x y) = (z y) + 1;;` (ii) `let f x y = y (x @ []);;`

(iii) `let f x y z = match x with
('a', 1) -> y |
(x1, x2) when x1=y -> z;;` (iv) `let f x y = y (x::[]);;`

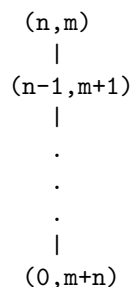
opzionale: `let f x y z = (x y) (y z);;`

ESERCIZIO 4 (5 punti)

Definire una funzione ricorsiva f da coppie di naturali in naturali che soddisfi la proprietà

$$\forall n, m \in \mathbb{N}. f(n, m) = 3n + 2m + 1$$

in modo che la relazione di precedenza indotta sia quella descritta dal seguente diagramma



Dimostrare poi la correttezza della funzione per induzione ben fondata.

ESERCIZIO 5 (5 punti)

Definire una funzione `foo` con tipo

```
foo : 'a -> int -> 'a list -> bool
```

tale che `(foo x n l)` sia `true` se la lista l contiene almeno n elementi maggiori di x , sia `false` altrimenti.

ESERCIZIO 6 (5 punti)

Si definisca, senza utilizzare ricorsione esplicita ma solo attraverso funzioni di ordine superiore, una funzione

```
foo : int list -> int * int
```

in modo che, se `foo l = (p, n)`, p sia il numero di elementi di l maggiori o uguali a 0 e n sia il numero di elementi di l minori di 0.