

DEFINIZIONE di NUOVI TIPI

ENUMERAZIONE

```
# type giorno = Lun | Mar | Mer | Gio | Ven | Sab | Dom ;;  
type giorno defined
```

```
# Gio ;;                               # 3 ;;  
-: giorno = Gio                       -: int = 3
```

L'ordine di enumerazione induce <

```
# Gio < Sab ;;  
-: bool = true
```

```
# Sab < Gio ;;  
-: bool = false
```

```
# let feriale x = x < Sab ;;  
feriale : giorno → bool = < fun >  
          x          ris
```

```
# feriale Lun ;;  
-: bool = true
```

```
# feriale Dom ;;  
-: bool = false
```

DEFINIZIONE mediante costruttori e costanti

```
type tag = Tagm of int | Tagb of bool ;;
```

costruttori di valori

type tag defined

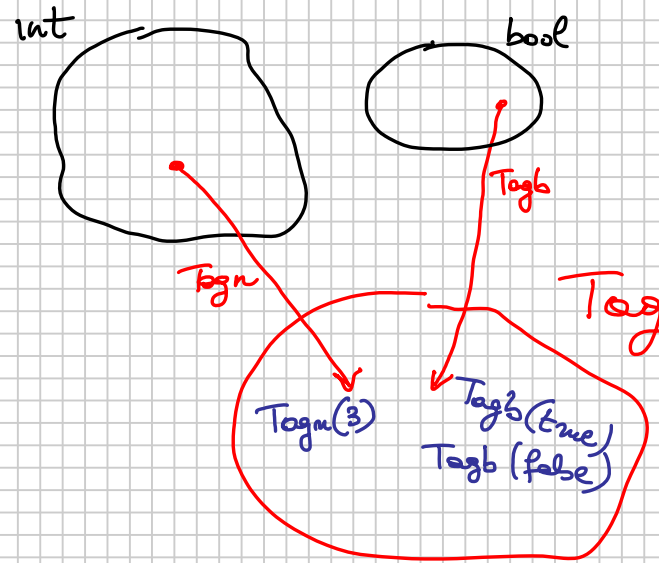
```
# 3 ;;  
-: int = 3
```

```
# Tagm 3 ;;  
-: tag = Tagm 3
```

valore di tipo tag perché costruito attraverso il costruttore Tagm

```
# Tagm ;;  
-: int → tag = <fun>
```

```
# Tagb ;;  
-: bool → tag = <fun>
```



TIPI POLIMORFI

type 'a foo = Foo of 'a ;;

↓
tipo polimorfo

'a è una variabile di tipo

→ costruttore di valori

Foo 3 ;;
-: int foo = Foo 3

Foo true ;;
-: bool foo = Foo true

Foo ;;
-: 'a → 'a foo = <fun>

TIP1 RICORSIVI

Definire il tipo dei naturali

type nat = Zero | Succ of nat ;;

type nat defined

Zero ;;

-: nat = Zero

Succ (Zero) ;;

-: nat = Succ Zero

Succ (Succ (Succ Zero)) ;;

-: nat = Succ (Succ (Succ Zero))

val : nat → int = <fun>

let rec val n = match n with

Zero → 0

| Succ m → (val m) + 1 ;;

ESEMPIO: rappresentazione della "sintassi" del Linguaggio imperativo

$Num \rightarrow zero \mid Succ(Num)$
 $Exp \rightarrow Num \mid Exp Op Exp$
 $Op \rightarrow + \mid *$

$V = \{ Num, Exp, Op \}$
 $\Delta = \{ zero, Succ, +, * \}$

$S = Exp$

type Num = . . .

type Op = Sum | Mul ;;

type Exp = num of Num | exp of Exp * Op * Exp
 (prodoto cartesiano)

$$\begin{array}{c} / \quad | \quad \backslash \\ 3 + 4 * 2 \end{array}$$

exp (num (Succ (Succ (Succ zero))) ,
 Sum ,
 exp (Succ (Succ (Succ (Succ zero))) ,
 Mul ,
 Succ (Succ zero)))

"SEMANTICA" di EXP

let rec valnum n =
 match n with

 Zero → \emptyset

 Succ m → (valnum m) + 1;;

valnum : Num → int = <fun>

let valop op = match op with

 Sum → prefix +

 Mul → prefix *;;

valop : Op → int → int → int = <fun>

Sem_{exp} n f μ = val n

let rec valexp e = match e with

num x → valnum x

 | exp (e1, op, e2) →

 (valop op) (valexp e1) (valexp e2);;

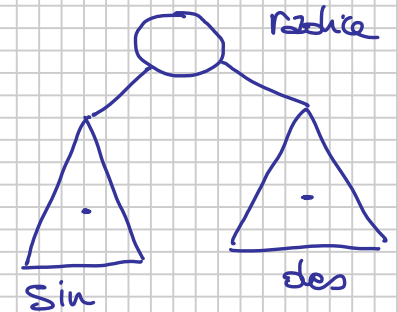
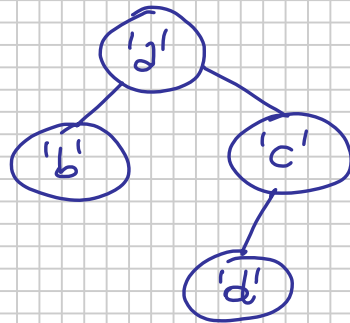
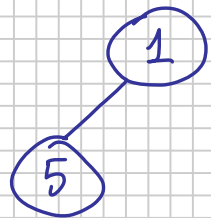
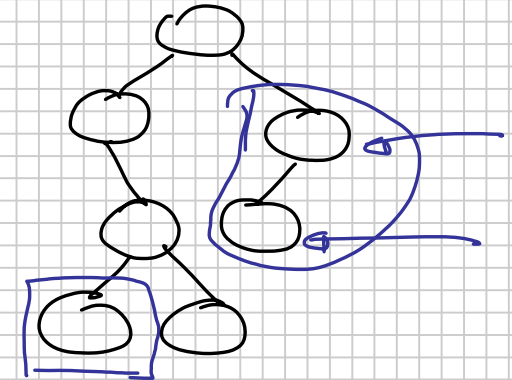
valexp : Exp → int = <fun>

ALBERO BINARIO

Sono alberi in cui ogni nodo (non foglia) ha al più 2 figli

Definizione induttiva di albero binario

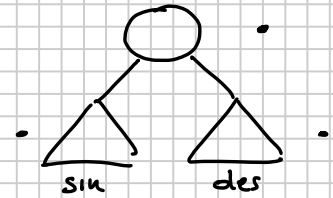
- ① l'albero vuoto è un albero binario
- ② Un albero binario non vuoto è costituito da un nodo radice e da due sottoalberi (desto e sinistro) che sono a loro volta alberi binari



ALBERI BINARI POLIMORFI

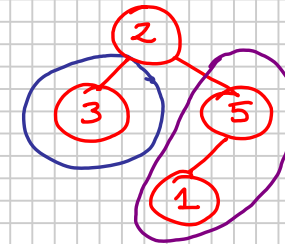
type 'a btree = **Void** | **Node** of 'a * 'a btree * 'a btree ;;

↓
costante
↓
costruttore di tipo



type 'a btree defined

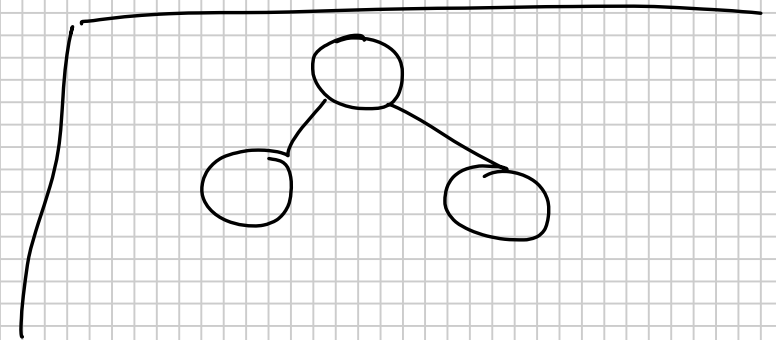
Node (2, Node (3, Void, Void), Node (5, Node (1, Void, Void), Void)) ;;



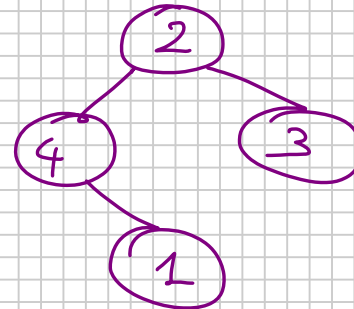
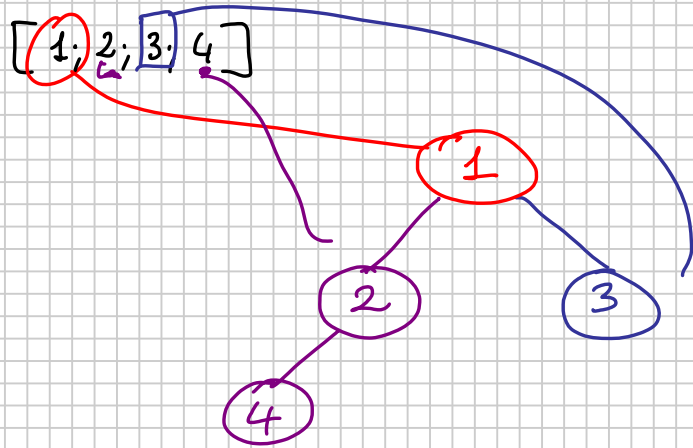
-: int btree =

Node ((2, 'a'), Void, Void) ;;

-: int * char btree =



COSTRUZIONE di un albero da una LISTA di VALORI



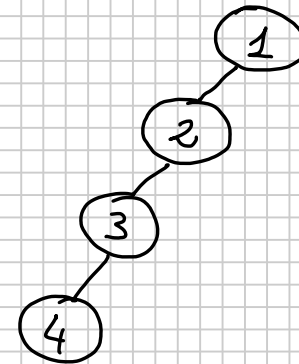
let rec buildtree l = match l with

[] → Void

| x::xs → Node (x, buildtree xs, Void);;

buildtree : 'a list → 'a btree = <fun>

l



- ① date una lista non vuota $x :: xs$ costruire un albero che ha come radice x e come sottoalberi destro e sinistro due alberi costruiti ricorsivamente a partire da due liste $l1$ e $l2$ tali che $l1$ e $l2$ sono uno "split" di xs

let rec buildtree l =

let rec split l = match l with

[] \rightarrow [], []

| [x] \rightarrow [x], []

| $x :: y :: ys \rightarrow$ let split ys = l1, l2

in

$x :: l1, y :: l2$

in match l with

[] \rightarrow Void

| $x :: xs$ \rightarrow let l1, l2 = split xs in Node (x, buildtree l1, buildtree l2);

split [1;2;3;4]

= {3^o pattern, x=1, y=2, ys=[3;4]}

[1;3], [2;4]

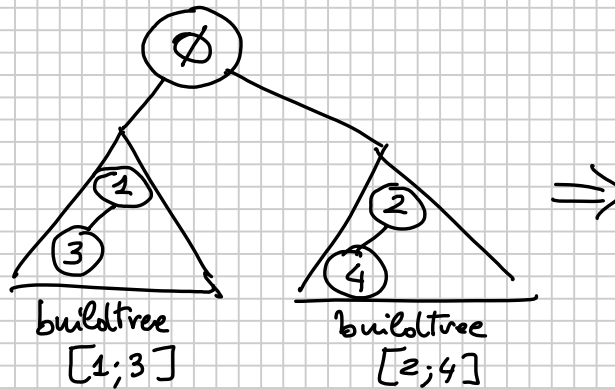
buildtree [∅;1;2;3;4]

let rec split l = match l with

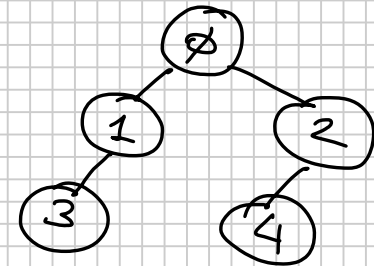
[] → [], [] |

[x] → [x], [] |

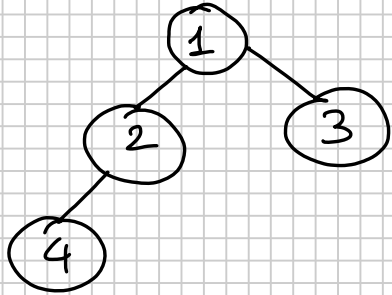
x::y::ys → let l1, l2 = split ys
in x::l1, y::l2



\Rightarrow



build tree [1; 2; 3; 4]



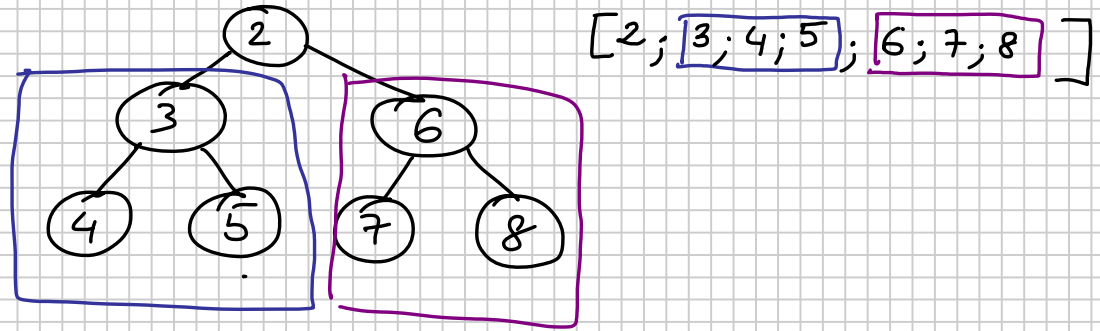
split [2; 3; 4] = [2; 4], [3]

LINEARIZZAZIONE di UN ALBERO

Dato un albero binario, costruire una lista di valori con tutti i valori nei nodi dell'albero.

LINEARIZZAZIONE anticipata

- si prende la radice
- linearizzare il sottoalbero sin
- " " " destro



let rec alin bt = match bt with

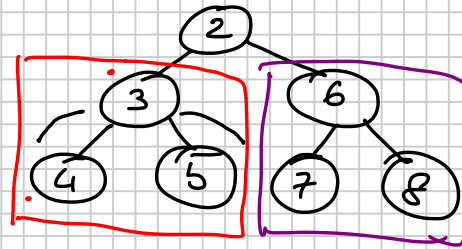
Void → []

| Node (x, lt, rt) → x::((alin lt) @ (alin rt)) ;;

alin: 'a btree → 'a list = <fun>
 bt rs

LINEARIZZAZIONE DIFFERITA

- prima si linearizza il sottoalbero sin
- " " " " destro
- si prende la radice



[4; 5; 3; 7; 8; 6; 2]

let rec dlin bt = match bt with
Void → []

| Node (x, lt, rt) → (dlin lt) @ (dlin rt) @ [x] ;;

let rec slin bt = match bt with
Void → []

[4; 3; 5; 2; 7; 6; 8]

Node (x, lt, rt) → (slin lt) @ (x :: (slin rt)) ;;