Fabrizio Luccio. Informatica per le Biotecnologie

2.1 Ordini di grandezza delle funzioni

In informatica si usa la seguente notazione asintotica per indicare il possibile ordine di grandezza di una funzione. La variabile indipendente n è in genere un intero positivo e indica la "dimensione" dei dati di un problema (per es. il numero di bit necessario a descrivere i dati). La funzione di cui si studia l'ordine di grandezza è in genere proporzionale al tempo di calcolo (complessità in tempo), oppure alla memoria impiegata oltre a quella necessaria ai dati d'ingresso (complessità in spazio).

Con riferimento alla figura riportata sotto:

Notazione Θ

f(n) **è di ordine** $\Theta(g(n))$ se esistono tre costanti positive c_1, c_2, n_0, tali che $0 \leq c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)$ per ogni $n \geq n_0$.

Cioè le funzioni f(n) e g(n) hanno lo stesso andamento al crescere di n a meno di costanti moltiplicative, e contano solo i termini di ordine massimo. Per esempio $f(n) = n^2-3n+1$ è di ordine $\Theta(n^2)$, ma anche $f(n)=3n^2-5$ è di ordine $\Theta(n^2)$ perché non si considerano le costanti moltiplicative.

La notazione Θ si impiega per esempio per indicare il tempo di un algoritmo di cui si conosce compiutamente il comportamento e che, a pari valore di n, si comporta allo stesso modo per tutti gli insiemi di dati di dimensione n che gli si presentano.

Notazione O

f(n) **è di ordine O**(g(n)) se esistono due costanti positive c_1, n_0, tali che $0 \leq f(n) \leq c_1 g(n)$ per ogni $n \geq n_0$.

Cioè la funzione f(n) ha un andamento che non sale al di sopra di g(n) al crescere di n, a meno di una costante moltiplicativa. Anche qui contano solo i termini di ordine massimo. Per esempio $f(n) = 2n^2-3n+1$ è di ordine $O(n^2)$, ma anche $O(n^3)$ ecc..

La notazione O si impiega per esempio per indicare il tempo di un algoritmo di cui **non** si conosce compiutamente il comportamento, ma che si sa che non può superare g(n); oppure che **non** si comporta allo stesso modo per tutti gli insiemi di dati di dimensione n che gli si presentano, ma per alcuni richiede tempo $\Theta(g(n))$, per altri meno.

Notazione Ω

f(n) **è di ordine** Ω(g(n)) se esistono due costanti positive c_2, n_0, tali che $0 \leq c_2 g(n) \leq f(n)$ per ogni $n \geq n_0$.

Cioè la funzione f(n) ha un andamento che non scende al di sotto di g(n) al crescere di n, a meno di una costante moltiplicativa. Anche qui contano solo i termini di ordine massimo. Per esempio $f(n) = 2n^2-3n+1$ è di ordine $\Omega(n^2)$, ma anche $\Omega(n \log n)$ ecc..

La notazione **Ω** si impiega per esempio per indicare il limite inferiore al tempo di soluzione di un problema, che si applica quindi a *tutti* i suoi algoritmi di soluzione.