
PROGRAMMAZIONE 2

16. OCaml: una veloce introduzione

Ocaml

OCAML è un avanzato **linguaggio di programmazione** appartenente alla famiglia di linguaggi di programmazione **ML**. È sviluppato e distribuito come *software open source* dalla **INRIA**. **O'Caml** è stato creato nel **1996** come successore di **CAML**.

La sigla *CAML* originariamente derivava da *Categorical Abstract Machine Language*, mentre la *O* iniziale è stata aggiunta per sottolineare l'estensione ad oggetti del nuovo linguaggio.

OCAML

Condivide le caratteristiche dei **linguaggi funzionali** e di quelli **imperativi**, ma contiene elementi di **programmazione orientata agli oggetti** e alcune differenze sintattiche.

Caratteristiche molto potenti del linguaggio sono un **sistema di tipi statico**, **la deduzione del tipo delle variabili**, il **polimorfismo** parametrico, il *pattern matching*, le *first class lexical closures*, l'uso dei **functors (parametric modules)**, la **gestione delle eccezioni**, e un **garbage collection** incrementale.

Lo stile funzionale

- In **Java** (ma anche in **C**) l'effetto osservabile di un programma è la modifica dello stato

```
temp = pair.x;  
pair.x = pair.y;  
pair.y = temp;
```

- In **OCaML** il risultato della computazione è la produzione di un nuovo valore

```
let x = 5 in (x,x)
```

Value-oriented programming

- Programmazione funzionale: “value-oriented programming”
 - un programma **OCaML** è una espressione
 - una espressione **OCaML** denota un valore
- L’esecuzione di un programma **OCaML** può essere vista come una sequenza di passi di calcolo (semplificazioni di espressioni) che alla fine produce un valore

Espressioni

- Sintassi: regole di buona formazione
- Semantica
 - regole di **type checking** (tipo o errore)
 - **regole di esecuzione** che garantiscono che **espressioni tipate** producono un **valore**

Valori

- Un **valore** è una espressione che non deve essere valutata ulteriormente
 - 34 è un **valore** di tipo **int**
 - 34+17 è un'**espressione** di tipo **int** ma non è un **valore!!!**

Valore di una espressione

- La notazione $\langle \text{exp} \rangle \Rightarrow \langle \text{val} \rangle$ indica che l'espressione $\langle \text{exp} \rangle$ quando valutata calcola il valore $\langle \text{val} \rangle$

$3 \Rightarrow 3$ (valori di base)

$3+4 \Rightarrow 7$

$2*(4+5) \Rightarrow 18$

eval(e) = v meta-notazione per $e \Rightarrow v$

Dichiarazioni: **let**

- Sintassi: **let** **x** = **e1** **in** **e2**
 - **x** identifier
 - **e1**, **e2** espressioni
 - **let** **x** = **e1** **in** **e2** espressione
 - **x** = **e1** binding

- **let** **x** = **2** **in** **x** + **x**
- **let** **inc** **x** = **x** + **1** **in** **inc** **10**
- **let** **y** = "ciao" **in** (**let** **z** = " 2" **in** **y**^{**z**})

Dichiarazioni: **let**

- Sia e l'espressione **let** $x = e1$ **in** $e2$
- Regola di valutazione
 - **eval** ($e1$) = $v1$
 - sostituire il valore $v1$ per tutte le occorrenze di x in $e2$ ottenendo l'espressione $e2'$
 - **subst**($e2$, x , $v1$) = $e2'$
 - **eval**($e2'$) = v = **eval**(e) = v

Regola di valutazione: **let**

$$\frac{\text{eval}(e_1) = v_1 \quad \text{subst}(e_2, x, v_1) = e_2' \quad \text{eval}(e_2') = v}{\text{eval}(\text{let } x = e_1 \text{ in } e_2) = v}$$

Esempio: **let**

- **eval**(**let** **x** = **1 + 4** **in** **x * 3**)
 - **eval**(**1 + 4**) = **5**
- **eval**(**let** **x** = **5** **in** **x*3**)
 - **subst**(**x*3**, **x**, **5**) = **5 * 3**
 - **eval**(**5 * 3**) = **15**
- **eval**(**let** **x** = **1 + 4** **in** **x * 3**) = **15**

Costrutto **let**: binding = scope

```
let x = 42 in
  (* y non è visibile *)
  x + (let y = "3110" in
    (* y è visibile *)
    int_of_string y)
```

Scope: overlapping

```
let x = 5 in ((let x = 6 in x) + x)
```

due casi

```
((let x = 6 in x) + 5)
```

```
((let x = 6 in 5) + 5)
```

Alpha conversione

- L'identità puntuale delle variabili legate non ha alcun senso!!
- In matematica
 - $f(x) = x * x$
 - $f(y) = y * y$sono la medesima funzione!!
- In informatica
 - `let x = 5 in ((let x = 6 in x) + x)`
 - `let x = 5 in ((let y = 6 in y) + x)`

Dichiarare funzioni

```
let f (x : int) : int =  
    let y = x * 10 in  
        y * y;;
```

Nome, parametri formali, corpo della funzione
é una espressione
Quale tipo?

Funzioni Ricorsive

```
let rec pow x y =  
  if y = 0 then 1  
  else  
    x * pow x (y - 1);;
```

Quale tipo???

Applicazione di funzioni

```
let f (x : int) : int =  
    let y = x * 10 in  
        y * y;;
```

```
f 5;;
```

```
- : int = 2500
```

Applicazione di funzioni

```
let rec pow x y =  
  if y = 0 then 1  
  else  
    x * pow x (y - 1);;
```

```
pow 2 3;;  
-: int 8
```

Dichiarazione

- La valutazione di una dichiarazione di una funzione è la funzione stessa
 - le funzioni sono valori
 - quindi possiamo passarle come parametro ad altre funzioni
 - possono essere restituite come valore da una funzione

Applicazione di funzione

- $\text{eval}(e_0 \ e_1 \ \dots \ e_n) = v'$ se
 - $\text{eval}(e_0) = \text{let } f \ x_1 \ \dots \ x_n = e$
 - $\text{eval}(e_1) = v_1 \ \dots \ \text{eval}(e_n) = v_n$
 - $\text{subst}(e, \ x_1, \ \dots, \ x_n, \ v_1, \ \dots, \ v_n) = e'$
 - $\text{eval}(e') = v'$

Esempi

- `let double(x : int) : int = 2 * x;;`
- `let square(x : int) : int = x * x;;`
- `let quad(x : int) : int =
 double (double x);;`
- `let fourth (x : int) : int =
 square (square x);;`

Esempi

- `let twice ((f : int -> int), (x : int)) :
int = f (f x)`
- `let quad(x : int) : int =
twice (double, x)`
- `let fourth(x : int) : int =
twice(square, x)`

OCaML Lists

- `let lst = [1; 2; 3];;`
- `let empty = [];;`
- `let longer = 5::lst;;`
- `let another = 5::1::2::3::[];;`

Liste: sintassi

- **[]** la lista vuota
 - nil derivato dal **LISP**
- **e1 :: e2** inserisce l'elemento **e1** in testa alla lista **e2**
 - :: = LISP **cons**
- **[e1; ...; en]** notazione sintattica per la lista
e1::...::en::[]

Accedere a una lista

- Strutturalmente una lista può essere
 - `[]` la lista vuota
 - la lista ottenuta mediante una operazione di `cons` di un elemento a una lista
- Usare il `pattern matching` per accedere agli elementi della lista
- `let empty lst = match lst with`
 - `[] -> true`
 - `|h::t -> false`

Ricorsione sulle liste

- **let rec sum xs = match xs with**
 [] -> 0
 | h::t -> h + sum t
- **let rec concat ss = match ss with**
 [] -> ""
 | s::ss' -> s ^ (concat ss')
- **let rec append lst1 lst2 = match lst1 with**
 [] -> lst2
 | h::t -> h::(append t lst2)

Pattern Matching

- **match** e **with**

```
    p1 -> e1  
  |  
    p2 -> e2  
  |  
    ...  
  |  
    pn -> en
```

- Le espressioni **p_i** si chiamano **pattern**

Pattern Matching

- Il pattern `[]` “match” solamente il valore `[]`

- **match** `[]` **with**

```
    [] -> 0  
    | h::t -> 1
```

(* restituisce il valore 0*)

- **match** `[]` **with**

```
    [] -> 1  
    | h::t -> 0
```

(* restituisce il valore 1*)

Pattern Matching

- Il pattern **`h::t`** “match” una qualsiasi lista con almeno un elemento, e inoltre ha l’effetto di legare quell’ elemento alla variabile **`h`** e la lista rimanente alla variabile **`t`**
- **`match [1; 2; 3] with`**
 - `[] -> 0`**
 - `| h::t -> h`**
 - (* restituisce il valore 1 *)
- **`match [1; 2; 3] with`**
 - `[] -> 0`**
 - `| h::t -> t`** (* restituisce il valore [2; 3] *)

Altri esempi: liste

- Il pattern **a :: []** “match” tutte le liste con esattamente un elemento
- Il pattern **a :: b** “match” tutte le liste con almeno un elemento
- Il pattern **a :: b :: []** “match” tutte le liste con esattamente due elementi
- Il pattern **a :: b :: c :: d** “match” tutte le liste con almeno tre elementi

Un esempio più complicato

- `let rec drop_val v lst = match lst with`
 `[] -> []`
 `|h::t ->`
 `let t' = drop_val v t in`
 `if h = v`
 `then t' else h::t'`

Un altro esempio

- `let rec max_list = function`
 - `[] -> ???`
 - `| h::t -> max h (max_list t)`
- Cosa mettiamo al posto di ??? ?
 - min_int è una scelta possibile ...
 - o sollevare una exception ...
- In Java, avremmo potuto restituire null...
 - ...ma siamo in OCaml, che ci fornisce una altra soluzione

Option type

- ```
let rec max_list = function
 [] -> None
 | h::t -> match max_list t with
 | None -> Some h
 | Some x -> Some (max h x)
```

(\* max\_list : 'a list -> 'a option \*)

# Iteratori

---

- `let rec map f = function`

```
 [] -> []
 | x :: xs -> (f x) :: (map f xs)
```

```
(map : ('a -> 'b) -> 'a list -> 'b list)
```

Parametro implicito di tipo lista

Aggiungiamo un esempio come si usa?

# Definire tipi di dato in OCaml

OCaml permette al programmatore di definire nuovi tipi di dato

```
type giorno =
 Lunedì
 |
 Martedì
 |
 Mercoledì
 |
 Giovedì
 |
 Venerdì
 |
 Sabato
 |
 Domenica
```

Dichiarazione di tipo

Nome del tipo

Costruttori

I costruttori definiscono i valori del tipo di dato  
Quindi **Sabato** ha tipo **giorno**  
**[Venerdì, Sabato, Domenica]**  
ha tipo **giorno list**

# Pattern Matching

---

Il pattern matching fornisce un modo efficiente per accedere ai valori di un tipo di dato

```
let string_of_g (g : giorno) : string =
 match g with
 | Lunedì -> "Lunedì"
 | Martedì -> "Martedì"
 |
 | Domenica -> "Domenica"
```

Il pattern matching segue la struttura sintattica dei valori del tipo di dato: i costruttori

# Astrazioni sui dati

---

- Avremmo potuto rappresentare il tipo di dato giorno tramite dei semplici valori interi
  - Lunedì = 1, Martedì = 2, ..., Domenica = 7
- Ma...
  - il tipo di dato primitivo `int` fornisce un insieme di operazioni differenti da quelle significative sul tipo di dato giorno, Mercoledì – Domenica non avrebbe alcun senso
  - esistono un numero maggiore di valori interi che di valori del tipo giorno
- Morale: i linguaggi di programmazione moderni (Java, OCaml, C#, C++, ...) forniscono strumenti per definire tipi di dato

# OCaML Type

- I costruttori possono anche trasportare “valori”

Dichiarazione da valutare

```
type foo =
 Nothing
 | Int of int
 | Pair of int * int
 | String of string;;
```

Risultato

```
type foo = Nothing | Int of int | Pair of int * int |
 String of string
```

Valori del tipo `foo`

```
Nothing
Int 3
Pair (4, 5)
String "hello"...
```

# Pattern matching

---

```
let get_count (f : foo) : int =
 match f with
 | Nothing -> 0
 | Int(n) -> n
 | Pair(n,m) -> n + m
 | String(s) -> 0
```

Cosa calcola???

```
Nothing
Int 3
Pair (4, 5)
String "hello"...
```

# Tipi di dato ricorsivi

---

```
type tree =
 Leaf of int
 | Node of tree * int * tree;;
```

```
type tree = Leaf of int | Node of tree * int * tree
```

```
let t1 = Leaf 3
let t2 = Node(Leaf 3, 2, Leaf 4)
let t3 = Node(Leaf 3, 2, Node(Leaf 5, 4, Leaf 6))
```

Quali alberi rappresentano???

# Tipi di dato ricorsivi

---

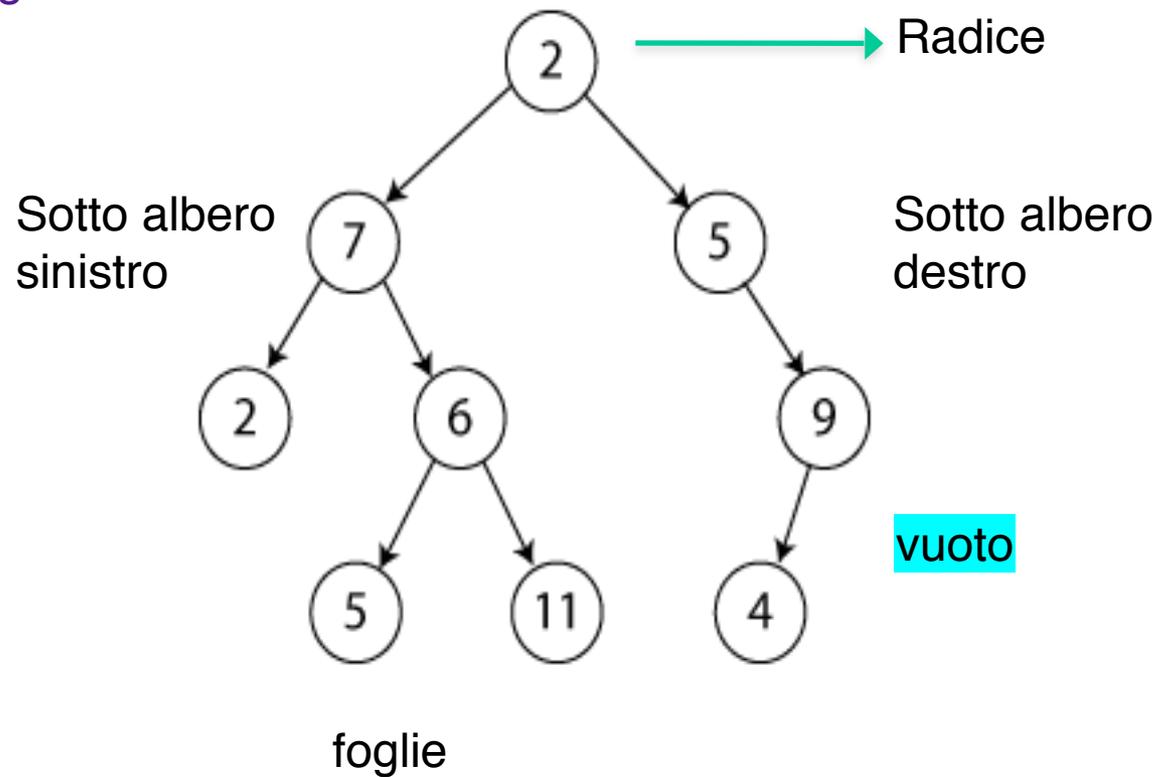
```
type tree =
 Leaf of int
 | Node of tree * int * tree;;
```

```
type tree = Leaf of int | Node of tree * int * tree
```

Quanti di voi hanno programmato con strutture dati del tipo tree?

# Alberi binari

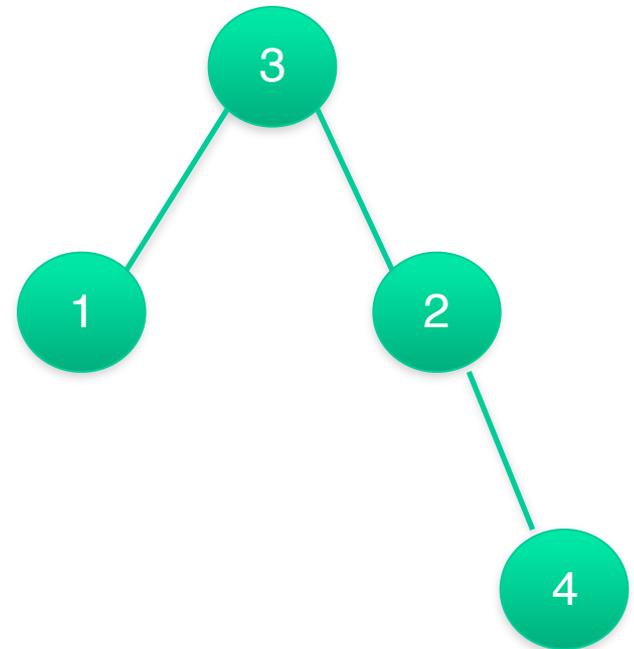
Li avete visti a algoritmica!!!!



# Alberi binari in OCaml

```
type tree =
 Empty
 | Node of tree * int * tree;;
```

```
let t : tree =
Node(Node(Empty,1, Empty), 3,
Node(Empty,2, Node(Empty, 4,Empty)))
```



# Ricerca in un albero

---

```
let rec contains (t : tree) (n : int): bool =
 match t with
 | Empty -> false
 | Node (lt, x, rt) ->

 x = n || (contains lt n) || (contains rt n)
```

La funzione *contains* effettua una ricerca del valore *n* sull'albero *t*  
Caso peggiore: deve visitare tutto l'albero

# Alberi binari di ricerca

---

Idea: ordinare i dati sui quali viene fatta la ricerca

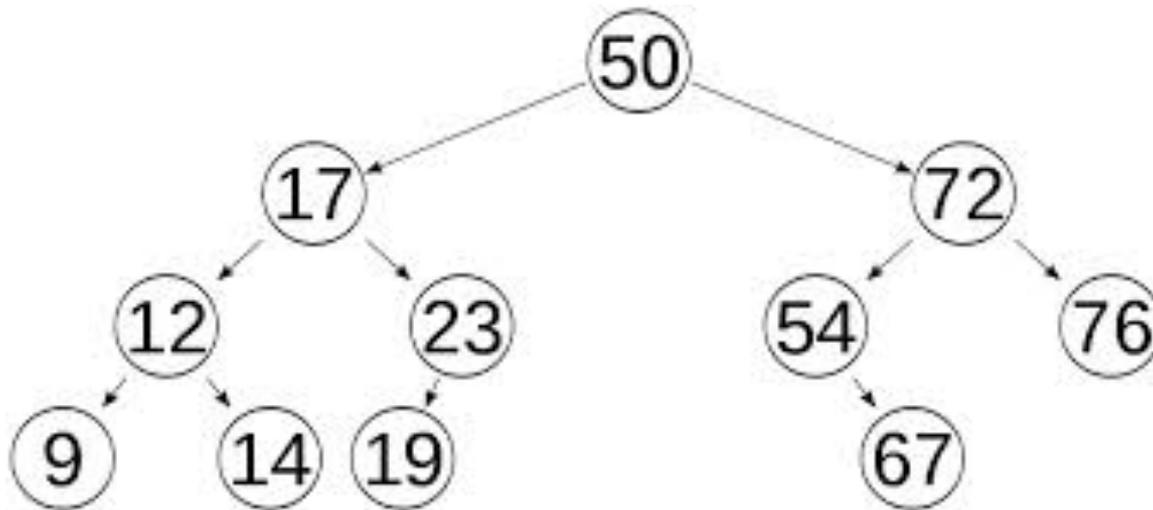
Un albero binario di ricerca (BST) è un albero binario che deve soddisfare alcune proprietà invarianti aggiuntive

## INVARIANTE DI RAPPRESENTAZIONE (ricorsivo)

- **Node** ( $lt, x, rt$ ) è un **BST** se
  - $lt$  e  $rt$  sono **BST**
  - tutti i nodi di  $lt$  contengono valori  $< x$
  - tutti i nodi di  $rt$  contengono valori  $> x$
- **Empty** (l'albero vuoto) è un **BST**

# Esempio

---



L'invariante di rappresentazione dei BST è soddisfatto  
Come si dimostra?

# Ricerca su un BST

---

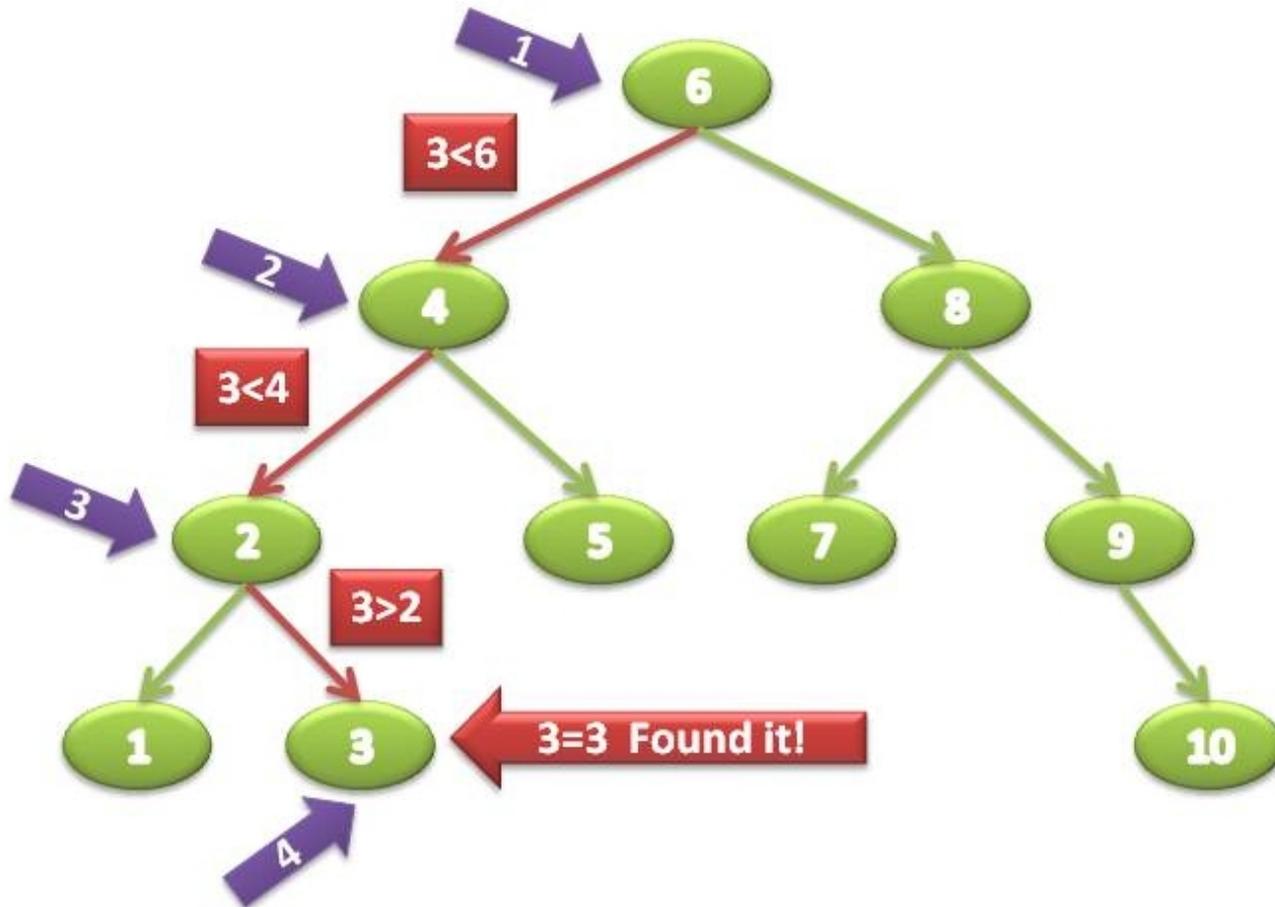
```
(* Ipotesi: t è un BST *)
let rec lookup (t : tree) (n : int) : bool =
 match t with
 | Empty -> false
 | Node (lt, x, rt) ->
 if x = n then true
 else if n < x then (lookup lt n)
 else (lookup rt n)
```

Osservazione 1: L'invariante di rappresentazione guida la ricerca

Osservazione 2: La ricerca può restituire valori non corretti se applicata a un albero che non soddisfa l'invariante di rappresentazione

# lookup(t, 3)

---



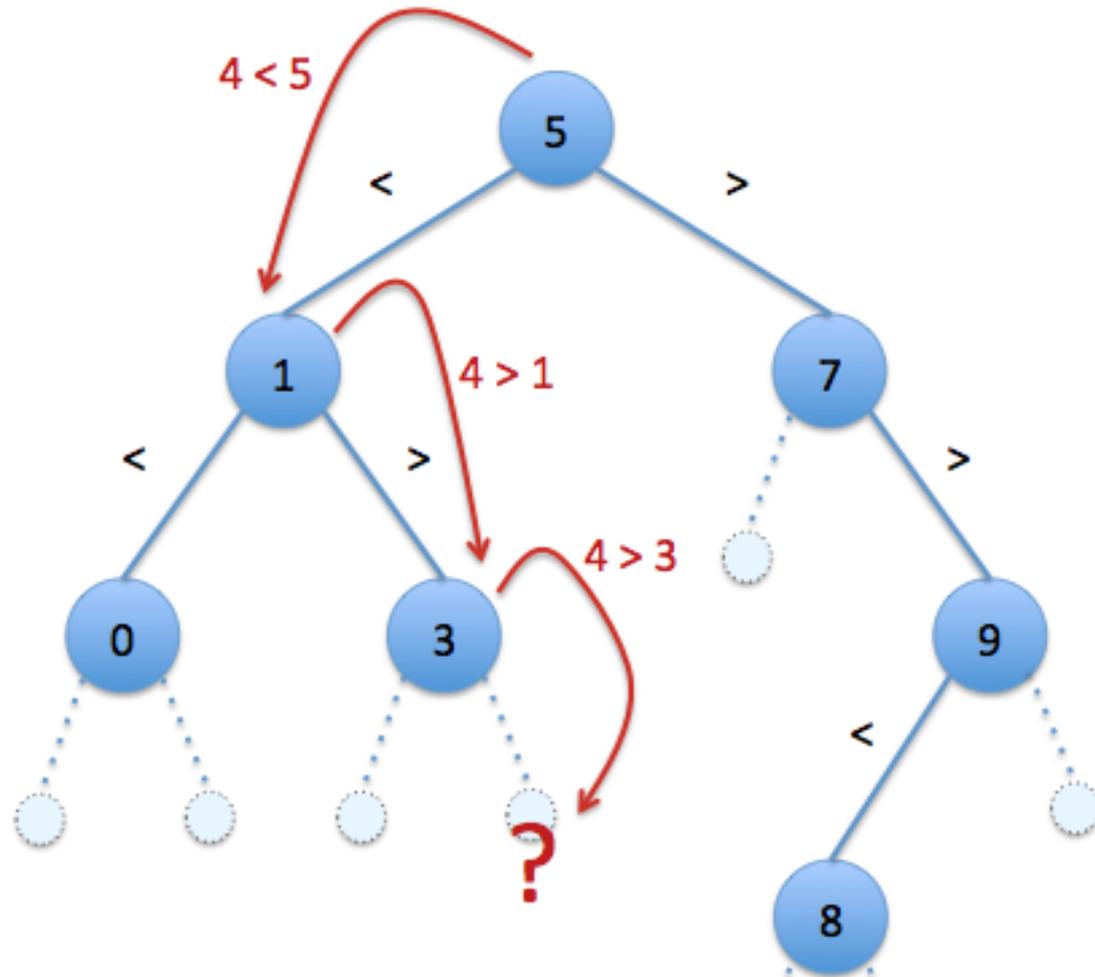
# Come costruiamo un BST???

---

- **Opzione 1**
  - costruiamo un albero e poi controlliamo (check) se vale l’invariante di rappresentazione
- **Opzione 2**
  - definire le funzioni che costruiscono BST a partire da BST (ad esempio, la funzione che inserisce un elemento in un BST e restituisce un BST)
  - definire una funzione che costruisce il BST vuoto
  - tutte queste funzioni soddisfano l’invariante di rappresentazione, pertanto “per costruzione” otteniamo un BST
  - non si deve effettuare nessun controllo a posteriori!!

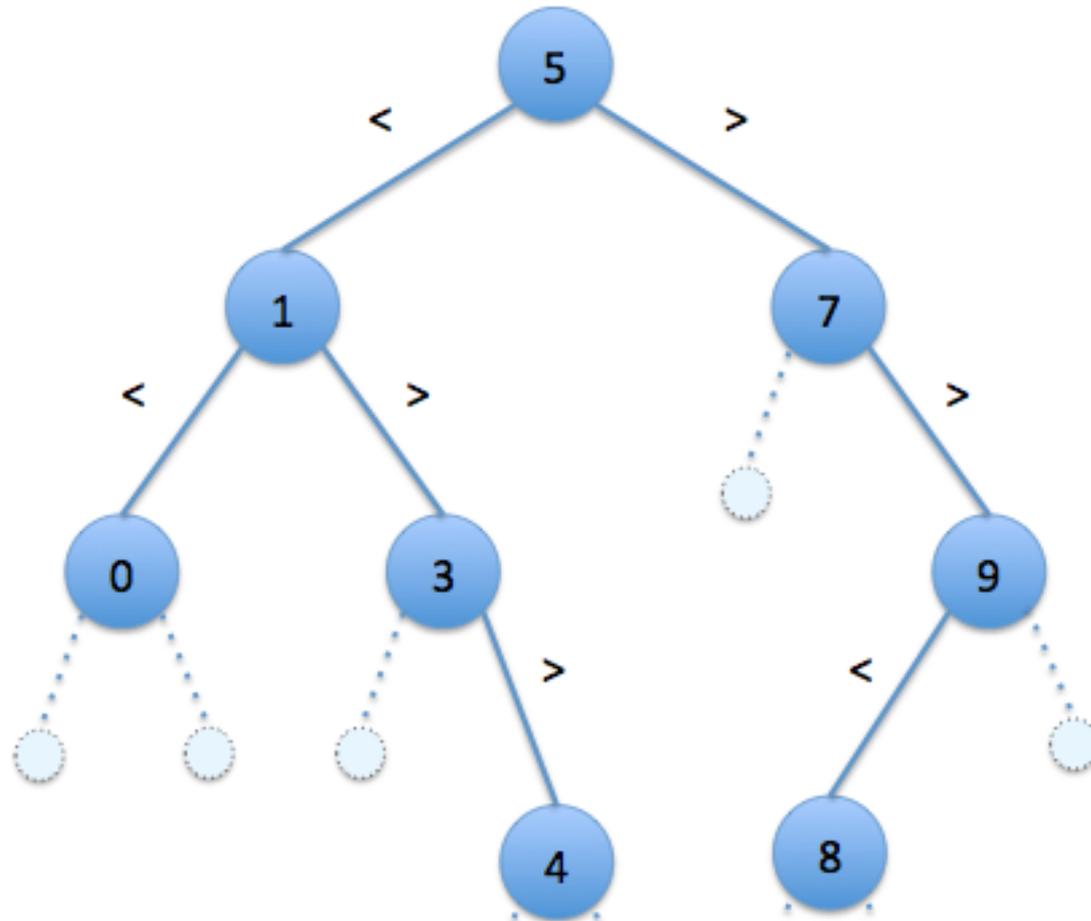
# insert(t, 4)

---



# insert(t, 4)

---



# Inserimento

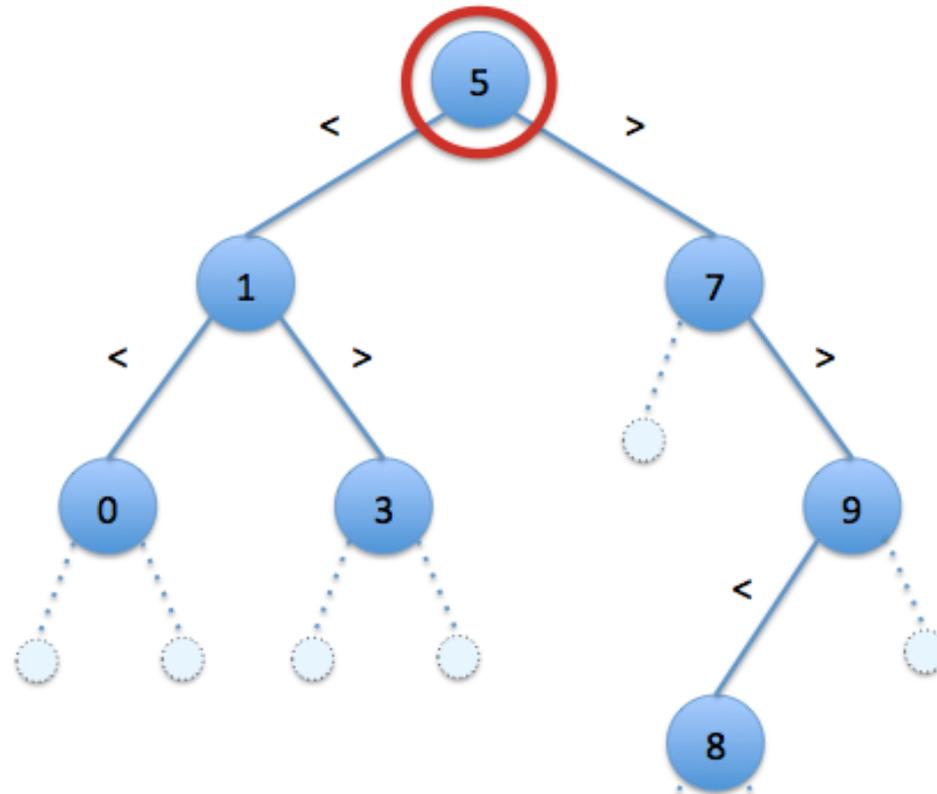
---

```
let rec insert (t : tree) (n : int):tree =
 match t with
 | Empty -> Node (Empty , n, Empty)
 | Node (lt, x, rt) ->
 if x = n then t else
 if n < x then Node(insert lt n, x, rt)
 else Node (lt, x, insert rt n)
```

Per quale motivo l'albero costruito dalla funzione insert è un BST???

# delete(t,5)

---



L'operazione di rimozione è più complicata: si deve promuovere la foglia 3 a radice dell'albero!!!

# delete

```

let rec delete (t : tree) (n : int):tree =
 match t with
 | Empty -> Empty
 | Node (lt, x, rt) ->
 if x = n then
 begin match (lt,rt) with
 | (Empty, Empty) -> Empty
 | (Node_, Empty) -> lt
 | (Empty, Node_) -> rt
 | _ ->
 let m = tree_max lt in
 Node(delete lt m, m, rt)
 end
 end
 else if n < x then Node(delete lt n, x, rt)
 else Node(lt, x, delete rt n)

```

# Funzione ausiliaria

---

```
let rec tree_max (t : tree) : int =
 match t with
 | Node(_, x, Empty) -> x
 | Node(_, _, rt) -> tree_max rt
 | _ -> failwith "tree_max called on Empty"
```

L'invariante di rappresentazione garantisce che il valore max si trova nella parte più a destra dell'albero