

# **Logica per la Programmazione**

**Una breve introduzione ai contenuti del  
corso: la logica matematica e  
l'informatica**

# LOGICA

La **logica** e' la disciplina che studia le condizioni di **correttezza del ragionamento**

**“Occorre dire, anzitutto, quale oggetto riguardi ed a quale disciplina spetti la presente indagine, che essa cioe' riguarda la dimostrazione e spetta alla scienza dimostrativa: in seguito, bisogna precisare cosa sia **la premessa**, cosa sia il **termine**, cosa sia il **sillogismo**...”**

**Aristotele**

# Un classico esempio di sillogismo

- **Tutti gli uomini sono mortali**
- **Socrate e' un uomo**
- **Socrate e' mortale**
  
- **Il ragionamento e' valido?**
- **Facile: le premesse e la conclusione sono vere nell'interpretazione comune**

# Deduzione Valida

- **Conseguenza Logica:** se tutte le premesse sono vere allora e' vera la conclusione
- **In altre parole:** non e' possibile che la conclusione sia falsa quando tutte le premesse sono vere

## Un sillogismo simile ma....

- **Tutti gli uomini sono immortali**
- **Socrate e' un uomo**
- **Socrate e' immortale**
  
- **Il ragionamento e' valido?**
- **La conclusione e' falsa nell'interpretazione comune!**
- **Ma anche la prima premessa e' falsa nell'interpretazione comune!**
- **Deduzione valida: non e' possibile che la conclusione sia falsa quando tutte le premesse sono vere**

# Esempi di sillogismi non validi

- **Tutti gli animali sono mortali**
- **Pippo e' mortale**
- **Pippo e' un'animale**
  
- **Perche'?**
- **In quale caso? Premesse vere e conclusione falsa**
- **Es: Pippo potrebbe essere un uomo!**

# Esempi di sillogismi non validi

- **Tutti gli dei sono immortali**
- **Gli uomini non sono dei**
- **Gli uomini sono mortali**
  
- **Anche se nell'interpretazione comune gli uomini sono mortali!**
- **Non esistono abbastanza informazioni nelle premesse per dedurre la conclusione**
- **In quale caso? Premesse vere e conclusione falsa**

# Dalla Logica alla Logica Matematica

- Nella seconda meta' del XIX vengono sviluppate **notazioni matematiche (algebriche)** per trattare le operazioni della logica matematica (**George Boole, Augustus de Morgan, ...**)
- Questo ha consentito di applicare la logica ai fondamenti della matematica, arrivando a interessanti controversie fondazionali (studiate negli anni 1900-25)
- In matematica, la logica e' usata principalmente per **esprimere asserti in modo non ambiguo e per chiarire e formalizzare il concetto di dimostrazione**

“tutti i numeri pari maggiori di due non sono primi”

$(\forall n. n \in \mathbb{N} \wedge \text{pari}(n) \wedge n > 2 \Rightarrow \sim \text{primo}(n))$

# Logica Matematica e Informatica

- La **Logica Matematica** ha profondi legami con l' **Informatica**:
  - l'Informatica ha dato nuovo impulso allo studio della LM
  - la LM e' parte integrante dei fondamenti teorici dell' Informatica
- Usi della **Logica Matematica** in **Informatica**:
  - formalizzazione di requisiti
  - dimostrazione di proprieta' di programmi (es: Hoare)
  - fondamenti di programmazione dichiarativa (PROLOG)
  - fondamenti di strumenti di analisi e di verifica di sistemi  
(Model checking, Theorem proving)

# CONTENUTI DEL CORSO

- **Calcolo Proposizionale:** sintassi e semantica, tautologie, tecniche di dimostrazione
- **Logica del primo ordine:** sintassi e semantica, tecniche di dimostrazione
- **Quantificatori funzionali:** min, max, cardinalita', sommatorie: leggi e dimostrazioni
- **Triple di Hoare:** semantica operativa di un semplice linguaggio imperativo, verifica di proprieta' di semplici programmi

# Materiale Didattico

- **Logica per La Programmazione 1: Logica Proposizionale e Logica del Primo Ordine**
- **Logica per La Programmazione 2: Estensione della Logica per esprimere proprieta' di Programmi**
- **Triple di Hoare 3: verifica di programmi**