LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE – a.a. 2017/18
Quarta esercitazione 14-15 novembre 2017

ESERCIZIO 1
Assumendo che P, Q e R contengano la variabile libera x, si provi che la seguente formula è valida, utilizzando la regola della **Skolemizzazione**

$$(\forall x.P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge \neg(\exists x.\neg(R(x) \Rightarrow \neg Q(x))) \wedge (\exists x.P(x)) \;\; \Rightarrow \;\; (\exists x.\neg(Q(x) \Rightarrow R(x)))$$

ESERCIZIO 2
Si dimostri che le seguenti formule del primo ordine sono valide:

1. $\neg(\exists x.P(x) \wedge \neg Q(x)) \wedge (\forall x.\neg P(x) \Rightarrow R(x)) \Rightarrow (\forall x.\neg R(x) \Rightarrow Q(x))$

2. $(\forall x.R(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge (\exists x.\neg S(x) \wedge R(x)) \Rightarrow \neg(\forall x.Q(x) \Rightarrow S(x))$

3. $\big(\forall x\,.\,\neg(B(x) \Rightarrow \neg A(x))\big) \vee \neg\big(\exists x\,.\,A(x) \vee (\neg B(x) \Rightarrow A(x))\big) \;\; \Rightarrow \;\; (\forall x\,.\,A(x) \Rightarrow B(x))$

4. $(\exists x.R(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge (\forall x.\neg(P(x) \vee Q(x))) \Rightarrow (\exists x.Q(x) \vee R(x) \Rightarrow \neg P(x))$

5. $(\exists x\,.\,(\forall y\,.\,P)) \;\; \Rightarrow \;\; (\forall y\,.\,(\exists x\,.\,P))$

ESERCIZIO 3
Dimostrare che le seguenti formule **non sono valide**:

1. $(\forall x\,.\,P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge (\exists x\,.\,Q(x)) \;\; \Rightarrow \;\; (\exists x\,.\,P(x))$

2. $(\forall x\,.\,P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge (\forall x\,.\,P(x)) \;\; \Rightarrow \;\; (\exists x\,.\,Q(x))$

3. $(\forall y\,.\,(\exists x.P)) \;\; \Rightarrow \;\; (\exists x\,.\,(\forall y\,.\,P))$

ESERCIZIO 4
Dimostrare in modo formale che delle seguenti formule una è valida e l'altra no.

1. $(\forall x.\neg P(x) \Rightarrow R(x)) \wedge (\neg(\exists x.R(x)) \vee (\forall x.Q(x))) \Rightarrow (\forall x.Q(x) \vee P(x))$

2. $(\forall x.\neg P(x) \Rightarrow R(x)) \wedge (\neg(\exists x.R(x)) \vee (\forall x.Q(x))) \Rightarrow (\forall x.Q(x) \vee R(x))$