

LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE – a.a. 2017/18

Terza esercitazione — 24/25 ottobre 2017

1. Si consideri l'alfabeto con simboli di costante $\mathcal{C} = \{A, P\}$ e simboli di predicato binari $\mathcal{P} = \{\text{amici}, =\}$ e l'interpretazione $\mathcal{I} = (\mathcal{D}, \alpha)$, dove \mathcal{D} è l'insieme delle persone e la funzione α è definita come

- $\alpha(A) = \text{"la persona chiamata Andrea"}$ e $\alpha(P) = \text{"la persona chiamata Paolo"}$;
- $\alpha(\text{amici})(p, q)$ è vera se e solo se p e q sono amici;
- $\alpha(=)(p, q)$ è vera se e solo se p e q sono la stessa persona.

Si fornisca per ognuno dei seguenti enunciati una formula del primo ordine che lo formalizza

- “Tutti sono amici di se stessi”
- “Tutti hanno qualcuno che è loro amico”
- “Paolo ha un solo amico”
- “Ogni amico di Paolo è amico di Andrea”
- “Paolo non ha amici in comune con Andrea”

2. Per ognuno dei seguenti enunciati si fornisca un adeguato alfabeto del primo ordine, una interpretazione sul dominio delle persone e una formula del primo ordine che lo formalizza

- “Ogni senatore ha un segretario, ma il senatore Razzi ne ha più di uno”
- “Mario è zio di Lucia se è il fratello di sua madre o di suo padre”

3. Si calcoli, motivando la risposta, il valore di verità della formula

$$\Phi = (\forall z . P(z)) \vee (\forall y . (\exists x . Q(x, y) \wedge P(x)))$$

nell'interpretazione $I = (\mathcal{D}, \alpha)$, dove $\mathcal{D} = \{a, b, c\}$ ed α è definita come segue

$$\alpha(P)(w) = \begin{cases} \mathbf{T} & \text{se } w \in \{a, b\}, \\ \mathbf{F} & \text{altrimenti.} \end{cases} \quad \alpha(Q)(w, v) = \begin{cases} \mathbf{T} & \text{se } (w, v) \in \{(a, a), (c, a), (c, b), (b, c)\}, \\ \mathbf{F} & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Si calcoli cioè $I_{\rho_0}(\Phi)$ usando le regole della semantica del primo ordine, dove ρ_0 è un assegnamento arbitrario.

4. Per ognuno dei seguenti enunciati si fornisca un adeguato alfabeto del primo ordine, una interpretazione su un dominio da definire e una formula del primo ordine che lo formalizza

- “Tutti gli studenti che superano l'esame di un corso lo hanno frequentato”
- “Le squadre che non hanno passato la prima fase sono scarse, ma ci sono squadre scarse, come il Brasile, che hanno passato la prima fase”