

LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A,B) - a.a. 2014-2015

Quarto Appello - 07/07/2015

Attenzione: Scrivere **nome, cognome, matricola** e **corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1

Si dica se le seguenti proposizioni sono tautologie oppure no. Se una proposizione è una tautologia, lo si deve dimostrare senza usare le tabelle di verità; altrimenti va prodotto un controesempio mostrando esplicitamente che rende la formula falsa.

1. $\neg(P \Rightarrow (Q \vee S) \wedge \neg R) \Rightarrow (Q \vee S \Rightarrow R \vee S)$,
2. $(P \Rightarrow \neg R \vee \neg(Q \Rightarrow \neg S)) \Rightarrow (R \Rightarrow \neg P)$.

ESERCIZIO 2

Si formalizzi il seguente enunciato usando l'alfabeto con simboli di predicato

$$\{citta(-), stato(-), capitale(-, -)\}$$

rispetto all'interpretazione fissata (\mathcal{P}, α) , dove \mathcal{P} è l'insieme degli stati e delle città, e

- $\alpha(stato)(p)$ è vera se e solo se p è uno stato,
- $\alpha(citta)(p)$ è vera se e solo se p è una città,
- $\alpha(capitale)(p, q)$ è vera se e solo se p è la capitale di q .

“Ogni stato ha una capitale ma non esiste una città capitale di due stati diversi.”

ESERCIZIO 3

Si provi che la seguente formula è valida (P, Q e R contengono la variabile libera x):

$$((\forall x. P) \vee \neg(\exists x. Q)) \wedge \neg(\exists x. \neg(Q \wedge \neg P) \wedge \neg R) \Rightarrow (\forall x. Q \Rightarrow R)$$

ESERCIZIO 4

Si formalizzi il seguente enunciato (assumendo **a, b: array [0, n] of int**):

“Ogni elemento dispari dell'array **a** compare nell'array **b**
se la somma degli elementi dispari di **a** è maggiore o uguale a 10.”

ESERCIZIO 5

Si verifichi la seguente tripla di Hoare (assumendo **a, b: array [0, n] of int**):

$$\{k \in [1, n] \wedge (\forall j. j \in [0, k] \Rightarrow \text{pari}(b[j])) \wedge (\forall i. i \in [0, n] \Rightarrow \text{pari}(a[i]))\}$$
$$b[k] := a[k] * b[k-1]$$
$$\{(\forall j. j \in [0, k] \Rightarrow \text{pari}(b[j]))\}$$

ESERCIZIO 6

Si consideri il seguente programma annotato (assumendo **a: array [0, n] of int**):

```
{ n > 0 }
x := 0; s := 0
{Inv : x ∈ [0, n] ∧ s = (∑y : y ∈ [0, x] ∧ a[y] ≠ y . a[y])}{t: n - x}
while (x < n) do
  if (a[x] == x) then skip;
  else s := s + a[x] fi;
  x := x + 1;
endw
{s = (∑y : y ∈ [0, n] ∧ a[y] ≠ y . a[y])}
```

Scrivere e dimostrare l'ipotesi di invarianza.