

LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A,B) - a.a. 2015-2016

Appello Straordinario - 01/04/2016

Attenzione: Scrivere **nome, cognome, matricola** e **corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1

Si dica se le seguenti proposizioni sono tautologie oppure no. Se una proposizione è una tautologia, lo si deve dimostrare senza usare le tabelle di verità; altrimenti va prodotto un controesempio mostrando esplicitamente che rende la formula falsa.

1. $((P \wedge \neg Q) \vee \neg S \Rightarrow R) \wedge \neg(Q \vee R) \Rightarrow \neg P$
2. $(P \wedge \neg Q) \vee \neg S \Rightarrow (R \wedge (Q \Rightarrow \neg R)) \Rightarrow \neg P$

ESERCIZIO 2

Si formalizzi il seguente enunciato usando l'alfabeto con simboli di costante $\mathcal{C} = \{F, G, L\}$ e simboli di predicato $\mathcal{P} = \{persona(-), esame(-), superato(-, -)\}$, rispetto all'interpretazione fissata (\mathcal{D}, α) , dove \mathcal{D} è l'insieme delle persone e degli esami, e

- $\alpha(F)$ è la persona "Fabio",
- $\alpha(G)$ è la persona "Gino",
- $\alpha(L)$ è la persona "Luca",
- $\alpha(persona)(p)$ è vera se e solo se p è una persona,
- $\alpha(esame)(p)$ è vera se e solo se p è un esame,
- $\alpha(superato)(p, q)$ è vera se e solo se p ha superato l'esame q .

"Fabio e Luca hanno superato tutti gli esami mentre Gino non ancora."

ESERCIZIO 3

Si provi che la seguente formula è valida (P, Q, R e S contengono la variabile libera x):

$$(\forall x. \neg(S \Rightarrow R \wedge \neg Q)) \wedge (\exists x. S \Rightarrow R \vee \neg P) \Rightarrow \neg(\forall x. P \wedge \neg Q)$$

ESERCIZIO 4

Si formalizzi il seguente enunciato (assumendo **a, b: array [0, n) of int**):

"Il minimo degli elementi dell'array **b** che compaiono in posizione dispari è maggiore del numero degli elementi pari dell'array **a**."

ESERCIZIO 5

Si verifichi la seguente tripla di Hoare (assumendo **a: array [0, n) of int**):

```
{k ∈ [0, n - 1] ∧ (∀i : i ∈ [0, k]. a[i] ≤ a[i + 1])}
  if (a[k] > a[k + 1])
    then a[k + 1] := a[k]
    else skip
  fi
{(∀i : i ∈ [0, k]. a[i] ≤ a[i + 1])}
```

ESERCIZIO 6

Si consideri il seguente programma annotato (assumendo **a: array [0, n) of int**):

```
{k > 0}
  x := 0; s := 0;
{Inv : x ∈ [0, k] ∧ s = x2} {t: k - x}
  while (x < k) do
    x := x + 1;
    s := s + 2x - 1;
  endwhile
{s = k2}
```

Scrivere e dimostrare l'ipotesi di invarianza.