LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A,B) - a.a. 2014-2015
Secondo Appello - 11/02/2015

Attenzione: Scrivere **nome**, **cognome**, **matricola** e **corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1
Si dica se le seguenti proposizioni sono tautologie oppure no. Se una proposizione è una tautologia, lo si deve dimostrare senza usare le tabelle di verità; altrimenti va mostrato un controesempio con relativa giustificazione.

1. $P \wedge S \Rightarrow Q \wedge \neg R \equiv \neg Q \vee R \Rightarrow \neg P$
2. $\neg(P \Rightarrow (Q \vee S) \wedge \neg R) \wedge (Q \vee S) \Rightarrow R$

ESERCIZIO 2
Si formalizzi il seguente enunciato usando l'alfabeto con simboli di predicato $\{conosce(\_,\_), italiano(\_)\}$ rispetto all'interpretazione fissata $(\mathcal{P}, \alpha)$, dove $\mathcal{P}$ è l'insieme delle persone, $\alpha(conosce)(p,q)$ è vera se e solo se p conosce q, e $\alpha(italiano)(p)$ è vera se e solo se p è italiano:

"C'è chi conosce solo italiani, ma tutti conoscono almeno un italiano."

ESERCIZIO 3
Si provi che la seguente formula è valida (A, B, C e D contengono la variabile libera x):

$$(\forall x \,.\, \neg D) \wedge \neg(\exists x \,.\, \neg(A \Rightarrow D)) \wedge (\exists x \,.\, \neg A \Rightarrow C \wedge B) \Rightarrow (\exists x \,.\, B)$$

ESERCIZIO 4
Si formalizzi il seguente enunciato (assumendo **a, b, c: array [0, n) of int**):

"Ogni elemento dell'array **a** è uguale al massimo tra gli elementi di **b** che lo precedono oppure al minimo tra gli elementi di **c** che lo seguono".

ESERCIZIO 5
Si consideri il seguente frammento di programma annotato (assumendo **a: array [0, n) of int**):

```
sum, k := 0, 0;
```
$\{\mathsf{Inv}: \; k \in [0,n] \;\wedge\; (\forall j \,.\, j \in [0,k) \Rightarrow a[j] < w) \wedge sum * 2 = k * (k+1)\}\{\mathrm{t}: \; n-k\}$
```
while (a[k] < w) and (k < n) do
     k := k + 1;
     sum := sum + k
endw
```
$\{(\forall j \,.\, j \in [0,k) \Rightarrow a[j] < w) \wedge sum * 2 = k * (k+1)\}$

Scrivere e dimostrare l'ipotesi di invarianza.

ESERCIZIO 6
Si verifichi la seguente tripla di Hoare (assumendo **a: array [0, n) of int**):

$\{k \in [1,n) \;\wedge\; \big(\forall i \,.\, i \in [0,k) \Rightarrow (a[i] = (\Sigma x : x \in [0,i].x))\big)\}$
```
   a[k] := a[k-1] + k
```
$\{\big(\forall i \,.\, i \in [0,k] \Rightarrow (a[i] = (\Sigma x : x \in [0,i].x))\big)\}$