

LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A–B) - a.a. 2017-2018

SECONDO COMPITINO - 21/12/2017

Attenzione: Scrivere **nome, cognome, matricola** e **corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

ESERCIZIO 1

Assumendo che P , Q , R e S contengano la variabile libera x , si provi che la seguente formula è valida:

$$(\forall x. P \Rightarrow (\neg Q \Rightarrow R)) \wedge (\exists x. \neg S \vee ((\neg Q \wedge \neg R) \wedge S)) \Rightarrow \neg(\forall x. S \wedge P)$$

ESERCIZIO 2

Assumendo \mathbf{a} , \mathbf{b} : **array [0, n) of int**, si formalizzi il seguente enunciato:

“Ogni elemento dell’array \mathbf{b} è uguale al minimo tra l’elemento corrispondente di \mathbf{a} e la somma dei valori precedenti di \mathbf{a} .”

ESERCIZIO 3

Si dica se le seguenti triple sono verificate. Se lo è, fornire una dimostrazione formale; se non lo è, fornire un controesempio.

1. $\{x = A \wedge y = B \wedge w = C\} \mathbf{x} := \mathbf{y} - \mathbf{w}; \mathbf{y} := \mathbf{x} - \mathbf{w} \{x = B - C \wedge y = A - C\}$,
2. $\{x = A \wedge y = B \wedge w = C\} \mathbf{x}, \mathbf{y} := \mathbf{y} - \mathbf{w}, \mathbf{x} - \mathbf{w} \{x = B - C \wedge y = A - C\}$.

ESERCIZIO 4

Assumendo \mathbf{a}, \mathbf{c} : **array [0, m) of int**, si verifichi la seguente tripla:

$$\{k \in [1, m) \wedge (\forall i. i \in [0, k) \Rightarrow c[i] = (\sum_{j: j \in [0, i)} (a[j] + 1)^2))\}$$
$$c[k] := c[k - 1] + a[k]^2 + 2 * a[k] + 1$$
$$\{(\forall i. i \in [0, k) \Rightarrow c[i] = (\sum_{j: j \in [0, i)} (a[j] + 1)^2))\}$$

ESERCIZIO 5

Assumendo \mathbf{a}, \mathbf{b} : **array [0, n) of int**, si consideri il seguente frammento di programma annotato, in cui l’operatore binario **max** restituisce il maggiore tra i due operandi:

```
{cond = true ∧ w = 0}
{Inv: w ∈ [0, n) ∧ (cond ≡ (∀i. i ∈ [0, w) ⇒ a[i] = b[i] max i))}{t: n - w}
while ((w < n) and cond) do
  if (a[w] = b[w] max w)
    then w := w + 1
    else cond, w := false, w+1
  fi
endw
{cond ≡ (∀i. i ∈ [0, n) ⇒ a[i] = b[i] max i)}
```

Si scrivano le ipotesi di progresso ed invarianza. Inoltre si dimostri l’ipotesi di invarianza.