

# LOGICA PER LA PROGRAMMAZIONE (A–B) - a.a. 2015-2016

## SECONDO COMPITINO - 17/12/2015

**Attenzione:** Scrivere **nome, cognome, matricola** e **corso** in alto a destra su ogni foglio che si consegna.

### ESERCIZIO 1

Assumendo che  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  e  $S$  contengano la variabile libera  $x$ , si provi che la seguente formula è valida:

$$\neg(\exists x. (P \vee Q) \wedge (R \vee \neg S)) \wedge (\exists x. \neg(\neg R \wedge S)) \Rightarrow \neg(\forall x. \neg P \Rightarrow Q)$$

### ESERCIZIO 2

Assumendo  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ : **array [0, n) of nat**, si formalizzi il seguente enunciato:

“Il numero di elementi dell’array  $\mathbf{a}$  che sono uguali all’elemento successivo è minore della somma degli elementi dell’array  $\mathbf{b}$  che sono uguali al doppio dell’elemento precedente.”

### ESERCIZIO 3

Si dica se la seguente tripla è verificata. Se lo è, fornire una dimostrazione formale; se non lo è, fornire un controesempio.

$$\{x = A \wedge y = B \wedge z = C\} \mathbf{x}, \mathbf{z} := \mathbf{x} + \mathbf{y}, \mathbf{x} - \mathbf{z} \{z = A + B - C\}$$

### ESERCIZIO 4

Assumendo  $\mathbf{a}$ : **array [0, n) of int**, si verifichi la seguente tripla:

$$\{h \in [1, n) \wedge (\forall i. i \in [0, h) \Rightarrow a[i] = 2^i)\}$$
$$\mathbf{a}[h] := 2 * \mathbf{a}[h-1]$$
$$\{(\forall i. i \in [0, h) \Rightarrow a[i] = 2^i)\}$$

### ESERCIZIO 5

Assumendo  $\mathbf{a}$ : **array [0, m) of int**, si consideri il seguente frammento di programma annotato:

```
{c = 0 ∧ z = 0}
{Inv: z ∈ [0, m) ∧ (c = (∑i: i ∈ [0, z) pari(i) . a[i]2))}{t: m - z}
while (z < m) do
  if (z mod 2 = 0)
    then c := c + a[z] * a[z]
    else skip
  fi;
  z := z + 1
endw
{c = (∑i: i ∈ [0, m) pari(i) . a[i]2)}
```

Si scrivano le ipotesi di progresso ed invarianza. Inoltre si dimostri l'ipotesi di invarianza.