

CALCOLO NUMERICO
 Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
 A.A. 2012/2013 – Appello 26/04/2013

| NOME | COGNOME | MATRICOLA |
|------|---------|-----------|
|------|---------|-----------|

Esercizio 1 Siano $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^n$ definiti da

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & \alpha \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad U = I_n + \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 - b_1 \\ \vdots \\ b_n - b_{n-1} \end{bmatrix}$$

con α parametro reale.

1. Si dimostri che A ammette fattorizzazione LU $\forall \alpha \in \mathbb{R}$.
2. Si mostri che i sistemi lineari

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}, \quad U\mathbf{x} = \mathbf{f}$$

sono equivalenti.

3. Si implementi una funzione Matlab[®] che dati in input il numero reale $\alpha \neq -1$ ed il vettore $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$, costruisce \mathbf{f} e fornisce in output la soluzione del sistema lineare $U\mathbf{x} = \mathbf{f}$ ottenuta mediante il metodo di sostituzione all'indietro.
4. Utilizzando il comando `spy` si riporti il profilo dell'inversa della matrice U di ordine 100 ottenuta con $\alpha = -1 + \sqrt{\text{eps}}$.
5. Utilizzando la funzione implementata sopra si calcoli l'inversa della matrice U e se ne riporti il valore stimato del condizionamento in norma 1.